



## **INFLUÊNCIA DO DIÂMETRO E PRESENÇA DE FILME POLIMÉRICO SOBRE O COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO DE PARTÍCULAS RÍGIDAS**

KARLA R. B. MELO <sup>1\*</sup>, THIAGO F. PÁDUA <sup>2</sup>, GABRIELA C. LOPES <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de São Carlos, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Departamento de Engenharia Química

<sup>2</sup>Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Química

\*e-mail: karla@estudante.ufscar.br

**RESUMO** - Neste trabalho estudou-se a influência do diâmetro da partícula, a espessura da superfície de colisão e o efeito do revestimento de esferas rígidas por meio um filme polimérico de menor resistência mecânica sobre o coeficiente de restituição. Partículas de aço carbono de três diâmetros (3, 5 e 7 mm) foram selecionadas e caracterizadas quanto à sua densidade e módulo de Young. Parte das partículas de 7 mm de diâmetro foi revestida e caracterizada da mesma forma. Por fim, os coeficientes de restituição das partículas foram medidos em um equipamento do tipo pêndulo, a partir de colisões contra placas de acrílico de 2 e 20 mm de espessura. Uma tendência decrescente do coeficiente de restituição em função do aumento do diâmetro da partícula foi observada nas colisões contra a placa de menor espessura (2 mm). Nos ensaios com a placa de 20 mm, o coeficiente de restituição aproximou-se de um valor unitário e constante para todos os diâmetros analisados. Quanto ao efeito do filme polimérico, os resultados apresentaram menor coeficiente de restituição para as esferas recobertas em ambas as placas, evidenciando não somente o efeito da relação diâmetro da partícula/ espessura da placa, mas o aumento de fontes de dissipação de energia consequentes da natureza do revestimento.

### **INTRODUÇÃO**

A dissipação de energia ao longo de escoamentos sólido-fluido, resultante de interações de partículas em processos industriais, deve ser considerada no estudo numérico desses sistemas. Tais processos podem incluir a moagem e fluidização, por exemplo. Para dissipação, é empregado o parâmetro adimensional denominado coeficiente de restituição, que mede a elasticidade das colisões e impacta diretamente nos resultados das simulações. Assim, os resultados de simulações podem descrever situações irreais, caso valores corretos não sejam adequadamente determinados (Machado *et al.*, 2022).

Diversas fontes de dissipação de energia podem atuar nos sistemas e afetar a eficácia da

restituição. Dentre elas, são comumente investigadas a relação entre as características das partículas e da superfície de colisão, a velocidade de impacto e as propriedades da fase particulada. Diversos autores concordam que a dissipação de energia é crescente em função, por exemplo, do aumento da velocidade de impacto e menor espessura de superfícies de colisão (Patil e Higgs, 2017; Melo *et al.*, 2021; Yardeny *et al.*, 2020).

Em relação às características da fase particulada, a literatura reporta os maiores coeficientes de restituição para partículas de maior esfericidade e elasticidade. Contudo, a maior parte dessas observações experimentais referem-se a partículas rígidas.

Embora existam diversos trabalhos relevantes sobre as variáveis que afetam o coeficiente de restituição, pouco é debatido

sobre a natureza e as características superficiais da fase particulada. Embora alguns trabalhos na literatura citem o efeito da elasticidade e rugosidade do material (Krull *et al.*, 2021; Melo *et al.*, 2021; Yardeny *et al.*, 2020), não são estudados recobrimentos ou alterações na superfície, tampouco há discussão frente a interação dessas alterações com os demais fatores de influência comumente discutidos.

Por sua vez, essa discussão se faz necessária visto que partículas de menor elasticidade são amplamente empregadas em processos industriais como o tratamento de efluentes. Essas são denominadas biopartículas e se caracterizam principalmente pela baixa resistência mecânica, seja devido à totalidade de sua natureza, como as esferas macias de alginato estudadas por Melo *et al.* (2021), ou constituídas por dois materiais sobrepostos: uma partícula de maior rigidez recoberta por um filme macio, de menor elasticidade.

Em relação ao segundo grupo, não há uma análise dos efeitos do recobrimento na literatura. No entanto, devido às diferenças na natureza das partículas, não é possível estender as observações de partículas totalmente macias para as recobertas, uma vez que os efeitos na colisão passam a ser função da presença do recobrimento na superfície, mas também da rigidez da partícula.

Nesse contexto, este trabalho concentra-se no efeito de modificações na superfície da partícula de aço carbono por meio do revestimento com um filme polimérico. Para tanto, é inicialmente discutida a influência dos diâmetros das partículas e espessura da superfície de colisão que serve como base para a comparação com os resultados obtidos para as partículas revestidas. Foram utilizadas partículas de aço carbono de diâmetros distintos e partículas recobertas com filme polimérico de baixa resistência à deformação e características próprias.

A partir desse estudo pode-se compreender como os valores de coeficiente de restituição variam de acordo não somente com as características físicas da partícula, mas com modificações superficiais suficientes para resultar em uma variação da perda energética, seja pela redução da elasticidade do material, indicada pelo módulo de Young, ou pelo aparecimento de efeitos dissipativos como a adesão na superfície de colisão.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Partículas

Esferas comerciais de aço carbono de 3, 5 e 7 mm de diâmetros foram utilizadas nesse estudo, o que possibilitou a investigação do efeito do tamanho da partícula sobre o coeficiente de restituição.

As esferas utilizadas são apresentadas na Figura 1.

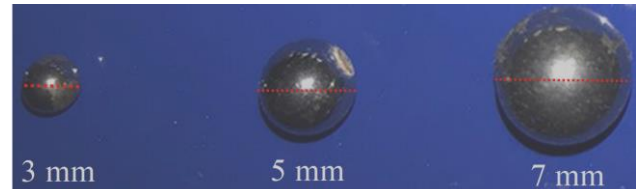


Figura 1: Esferas de aço carbono comerciais de 3, 5 e 7 mm de diâmetro.

As partículas foram caracterizadas quanto à densidade e ao módulo de Young, obtendo-se valores de 8,00 ( $\pm 0,01$ ) g/cm<sup>3</sup> e 5,81 ( $\pm 0,26$ ) x 10<sup>8</sup> Pa, respectivamente.

A densidade das partículas foi determinada por meio da técnica de picnometria líquida, utilizando um picnômetro de 10 mL e água como solução padrão. O módulo de Young foi medido a partir de ensaios de compressão em texturômetro universal *TAXT Plus Texture Analyser* (Stable Micro Systems, Surrey, UK).

Os ensaios forneceram dados de força e descolamento, os quais foram usados para determinação do módulo de com base na teoria de Hertz, a qual refere-se ao contato elástico de uma esfera comprimida entre duas superfícies planas. Segundo a teoria, a relação entre a força,  $F$ , e o deslocamento da superfície,  $H$ , é dado segundo a Equação 1.

$$F = \frac{4}{3} R^{1/2} \frac{E}{(1 - \sigma)} \left( \frac{H}{2} \right)^{3/2} \quad (1)$$

### Recobrimento das esferas

As esferas de aço carbono de maior diâmetro (7 mm) foram recobertas por um filme a fim de obter partículas densas, mas com menor resistência à deformação, sendo possível avaliar a influência da presença de um filme de menor módulo de Young sobre o coeficiente de restituição.

No processo de revestimento, as esferas foram recobertas por um material polimérico

composto de Policloreto de Vinila, de nome comercial Plastisol (SQ 5060, Redelease®). Para isso, as esferas metálicas foram colocadas em uma mufla a 280 °C durante 40 minutos com o objetivo de obter um aquecimento uniforme em toda a superfície.

Em seguida, as esferas foram retiradas da mufla e imersas em um béquer de 100 mL com a solução de Plastisol por cerca de 10 segundos e retiradas lentamente. Ao término do processo, um filme uniforme, elastomérico e termoplástico foi formado ao redor da esfera. Um esquema do protocolo de recobrimento é apresentado na Figura 2.

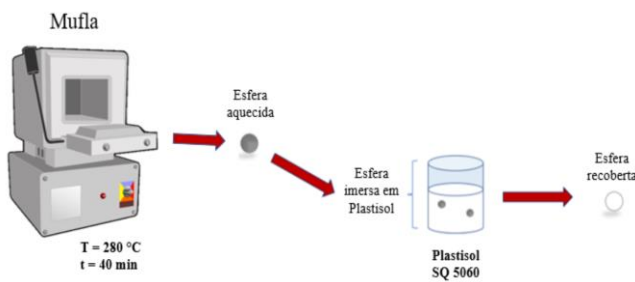


Figura 2: Esquema para o recobrimento das esferas de aço carbono.

Na Figura 3, é mostrada uma esfera de aço carbono comercial de 7 mm antes e depois do recobrimento.



Figura 3: Esfera de aço carbono sem recobrimento e recoberta por um filme de Plastisol.

As esferas recobertas foram caracterizadas quanto à densidade, o diâmetro e o módulo de Young, com base na mesma metodologia aplicada para as esferas não recobertas, obtendo-se valores de 4,96 ( $\pm 0,03$ ) g/cm<sup>3</sup>, 9,05 ( $\pm 0,01$ ) mm e 3,42 ( $\pm 0,80$ ) x 10<sup>7</sup> Pa, respectivamente.

### Medidas de coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição foi estimado a partir de medidas experimentais em um

aparato tipo pêndulo, conforme apresentado na Figura 4.

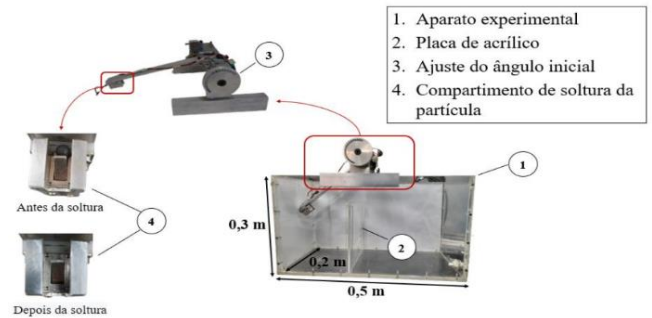


Figura 4: Aparato experimental para medidas de coeficiente de restituição.

Nessa metodologia, as partículas foram presas em um suporte regulatório por um fio de nylon de 0,16 mm de espessura, e soltas por acionamento automático a partir de um ângulo de 50°, de forma a garantir a trajetória definida das partículas, atingindo uma velocidade média de impacto de 0,6 m/s.

Além de variar o diâmetro das partículas, variou-se também a espessura da superfície de impacto, para isso foram utilizadas placas de acrílico de 2 e 20 mm de espessura.

Para cada partícula, foram usadas 5 amostras. Os ensaios experimentais foram feitos em triplicata para cada uma das amostras, o que se mostrou suficiente para garantir a estabilização do coeficiente de restituição com o número de repetições. A trajetória das partículas foi capturada com uma câmera de alta velocidade modelo Sony RX100IV a uma taxa de 960 quadros/segundo. A partir dela, foram calculadas as velocidades de impacto e rebatimento das partículas e, por conseguinte, os coeficientes de restituição, segundo a Equação 2.

$$e = \left| \frac{v_{\text{afastamento}}}{v_{\text{aproximação}}} \right| \quad (2)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Efeito do diâmetro da partícula e espessura da placa

O coeficiente de restituição medido para as esferas de aço carbono comerciais é apresentado em função do diâmetro na Figura 5 para as placas de 2 e 20 mm de espessura.

A Figura 5 demonstra que o coeficiente de restituição se aproxima de um valor unitário em colisões com a placa de 20 mm. Nessas colisões, o coeficiente de restituição tende a um valor constante independentemente do diâmetro da partícula.

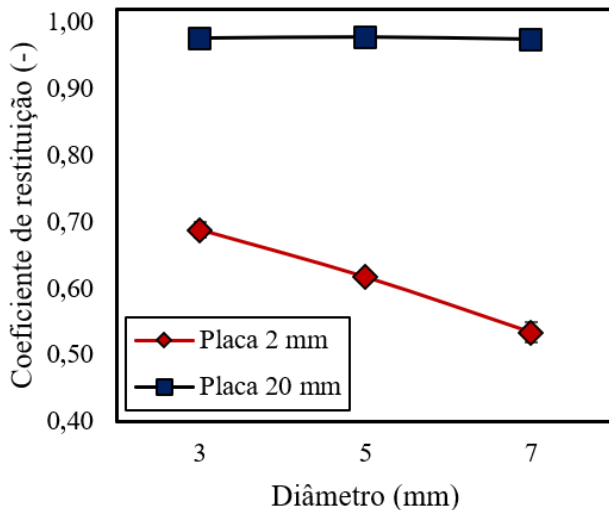


Figura 5: Coeficiente de restituição para as esferas de aço carbono sem recobrimento de diferentes diâmetros para colisões em placas de 2 e 20 mm de espessura.

Esse comportamento é explicado uma vez que com o aumento da espessura da placa, o efeito das vibrações tende a diminuir, por conseguinte, a perda de energia mecânica no impacto fica dominada por outras fontes dissipativas. Tais fontes seriam associadas principalmente às características da partícula e à velocidade de impacto, que resultam em deformações plásticas e elásticas (Peng et al., 2021). Como os resultados retratados referem-se a um material de alta resistência mecânica e as colisões ocorrem com uma baixa velocidade de impacto, fontes de dissipação de energia são significativamente reduzidas, o que condiz com os valores elevados de coeficiente de restituição obtidos (Patil e Higgs, 2017).

Por outro lado, para os resultados obtidos com o uso da placa mais fina, observa-se uma tendência decrescente do coeficiente de restituição das esferas de aço carbono em função do aumento do diâmetro. Isso se deve aos efeitos simultâneos do diâmetro da partícula e da espessura da placa que se tornam um fator dominante na dissipação de energia em placas mais finas. Assim, o impacto de esferas rígidas e densas como as de aço carbono resulta em

uma maior propagação das ondas de flexão na placa, o que compromete a restituição. Para um impacto entre uma esfera e uma placa, além das ondas elásticas que se disseminam no interior do corpo, tem-se a propagação de ondas de flexão na superfície de colisão, o que resulta em uma parcela adicional de dissipação de energia devido a efeitos de vibração e deformação plástica na superfície, mais pronunciados para placas finas (Patil e Higgs, 2017; Peng et al., 2021).

Os resultados em ambas as placas podem também ser discutidos e comparados a partir da análise do coeficiente de restituição em função da relação diâmetro da partícula/espessura da parede, denominado adimensional  $\gamma$ , conforme apresentado na Figura 6.

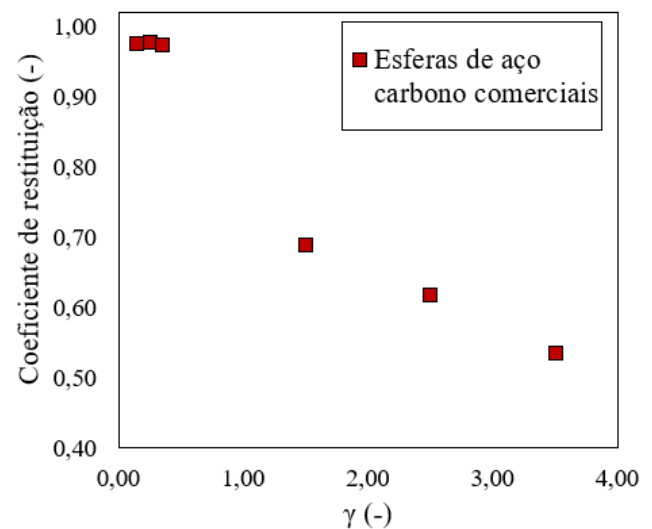


Figura 6: Coeficiente de restituição em função da razão diâmetro da partícula/espessura da parede.

De acordo com a Figura 6, que reúne todos os dados da Figura 5, pode ser observado que para os casos em que a espessura da parede é maior que o diâmetro da partícula, resultando em valores de gama menores que 1, há uma baixa variação dos valores de coeficiente de restituição, o que indica que nas colisões na placa de maior espessura, o coeficiente de restituição depende fracamente da relação entre o diâmetro da partícula e a espessura da placa. Isso ocorre possivelmente porque a partícula restitui antes que a energia se dissipe no ponto de impacto da placa (Machado et al., 2022). Além disso, esses resultados sugerem que o coeficiente de restituição tem maior dependência com a relação diâmetro/ espessura

da placa do que com o diâmetro da partícula isoladamente.

Já para os casos em que o diâmetro é maior do que a espessura da placa, tem-se uma tendência à menores coeficientes de restituição devido ao aumento da relação diâmetro da partícula/espessura da placa que tende a aumentar dissipação de energia por meio da propagação de ondas de flexão. Esses resultados são corroborados com observações recentes de trabalhos como os de Patil e Higgs (2017) e Boettcher *et al.* (2019).

### Efeito de filme

Os resultados de coeficiente de restituição para as esferas de aço carbono comerciais e revestidas são comparados para as placas de 2 e 20 mm de espessura, conforme apresentado nas Figuras 7 e 8, respectivamente.

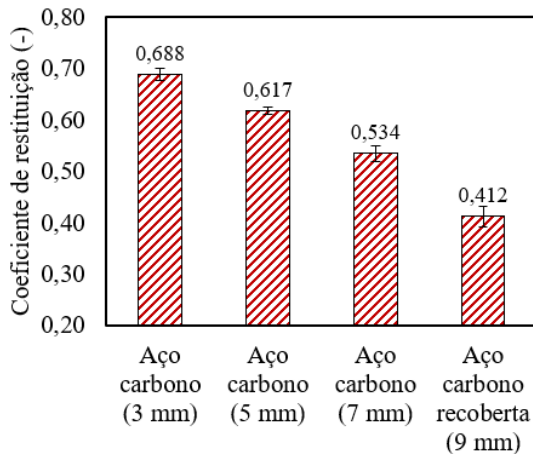


Figura 7: Comparação entre os coeficientes de restituição das esferas de aço comerciais e revestida para colisões em placa de 2 mm.

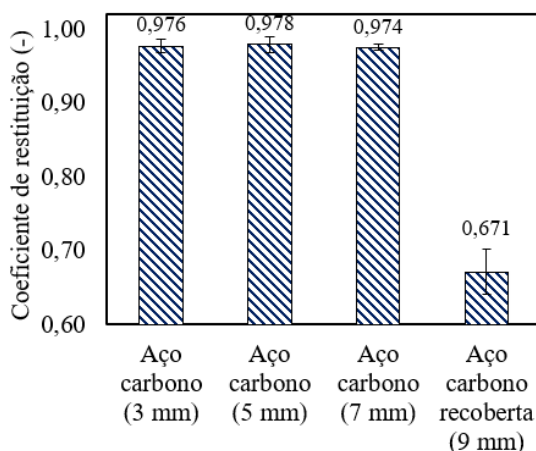


Figura 8: Comparação entre os coeficientes de restituição das esferas de aço comerciais e revestida para colisões em placa de 20 mm.

De acordo com as Figuras 7 e 8, as esferas de aço carbono recobertas com filme polimérico possuem o menor coeficiente de restituição independente da placa. Além disso, os resultados seguem a tendência observada para as esferas de aço carbono não recobertas, com o menor coeficiente de restituição correspondente à placa de menor espessura.

Os resultados condizem com as observações discutidas na seção anterior de modo que as esferas recobertas possuem maior diâmetro e, portanto, maiores valores calculados de  $\gamma$ . Apesar dos efeitos de espessura da placa e recobrimento se confundirem para os ensaios com a placa de 2mm, o mesmo não ocorre para a placa de 20 mm. Assim, os resultados corroboraram que o recobrimento das esferas de aço carbono por meio do revestimento polimérico afeta o coeficiente de restituição, provocando queda do mesmo. No caso, o coeficiente ficou reduzido em cerca de 31% para placa de 20 mm.

Por ser constituído por um material polimérico, o filme do recobrimento tem menor resistência mecânica se comparado com a esfera de aço carbono comercial, o que foi comprovado por meio dos menores valores de módulo de Young obtidos por meio dos ensaios de compressão. Essa menor elasticidade, atrelada a maior aderência do material à superfície da placa devem ser os fatores responsáveis pela diminuição da restituição observada. Além disso, a camada de filme aumenta a rugosidade superficial da partícula, o que pode favorecer a adesão do material à placa, promovendo um maior tempo de contato e reduzindo a energia absorvida pela partícula (Krull *et al.*, 2021).

Essas discussões reforçam que a presença do filme é suficiente para contribuir fortemente para modificações no comportamento do material, embora o filme polimérico modifique apenas a camada externa da partícula, sendo a maior parte dela constituída do aço original. Uma vez que podem ocorrer fenômenos mais pronunciados de adesão, fricção e deformação plástica no momento do contato, tem-se como resultado o aumento de fontes de dissipação de energia e, conseqüentemente, comprometimento da restituição.

Estudos reportam colisões com partículas de menor resistência mecânica,

denominadas partículas macias (Melo *et al.*, 2021), mas não há discussões sobre o efeito de um filme de características semelhantes. Dessa forma, os resultados desse estudo para as esferas revestidas indicam que o recobrimento modifica o comportamento do material e aumenta a relevância do efeito de propriedades da partícula, mesmo em se tratando de partículas rígidas. O que reforça que o coeficiente de restituição é função de diversos fatores simultâneos e não de parâmetros isolados, como a relação diâmetro da partícula/espessura da parede relatada anteriormente.

## CONCLUSÃO

Os resultados obtidos comprovam a dependência do coeficiente de restituição com a relação entre o diâmetro da partícula e a espessura da placa, indicada pelo adimensional  $\gamma$ . Além disso, para os experimentos em uma placa espessa (20 mm) observou-se que, para as condições experimentais adotadas de baixa velocidade de impacto e partículas de alta elasticidade, o coeficiente de restituição assume valores constantes, independente do diâmetro, e próximo do unitário. Essa observação é um indicativo de que as fontes de dissipação que atuam nesse sistema são mínimas.

Por sua vez, os baixos valores de coeficiente de restituição para as partículas recobertas nas colisões com as duas placas comprovam o efeito do filme, possivelmente devido à menor resistência mecânica e maior aderência desse material à superfície. Esses resultados reforçam que o coeficiente de restituição depende não somente de parâmetros geométricos, mas também de características superficiais e elásticas das partículas, nesse caso modificadas pela presença do filme polimérico.

## NOMENCLATURA

$F$  - Força de contato (N)  
 $R$  - Raio da partícula (m)  
 $E$  - Módulo de Young (Pa)  
 $\sigma$  - Razão de Poisson (-)  
 $H$  - Deslocamento da sonda em relação a posição inicial (m)  
 $e$  - Coeficiente de restituição (-)

$v_{\text{afastamento}}$  - Velocidade de afastamento (m/s)

$v_{\text{aproximação}}$  - Velocidade de aproximação (m/s)

$\gamma$  - Diâmetro da partícula/ espessura da parede (-)

## REFERÊNCIAS

- BOETTCHER, R., EICHMANN, S., & MUELLER, P. (2019). Influence of viscous damping and elastic waves on energy dissipation during impacts. *Chemical Engineering Science*, Vol 199, p.571–587.
- KRULL, F., MATHY, J., BREUNINGER, P., & ANTONYUK, S. (2021). Influence of the surface roughness on the collision behavior of fine particles in ambient fluids, *Powder Technology*, Vol 392, p.58–68.
- MACHADO, M. V. C., LIMA, R. M., BRANDÃO, R. J., DUARTE, C. R., & BARROZO, M. A. S. (2022). Restitution coefficient in grinding process: experimental determination and numerical analysis using DEM, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*.
- MELO, K. R. B., DE PÁDUA, T. F., & LOPES, G. C. (2021). A coefficient of restitution model for particle–surface collision of particles with a wide range of mechanical characteristics, *Advanced Powder Technology*, Vol 32(12), p.4723–4733.
- MELO, K. R. B., GRACE, J. R., & LOPES, G. C. (2021). A new correlation for the coefficient of restitution of particles with low mechanical resistance for modeling wastewater treatment biofilm reactors, *Clean Technologies and Environmental Policy*, Vol 24, p.623-632.
- PATIL, D., & HIGGS, C. F. (2017). A coefficient of restitution model for sphere–plate elastoplastic impact with flexural vibrations, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 88(3), p.1817–1832.
- PENG, Q., LIU, X., & WEI, Y. (2021). Elastic impact of sphere on large plate, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol 156.
- YARDENY, I., PORTNIKOV, D., & KALMAN, H. (2020). Experimental investigation of the coefficient of

restitution of particles colliding with surfaces in air and water, *Advanced Powder Technology*, Vol 31(9), p.3747–3759.

### **AGRADECIMENTOS**

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) - Projeto 2019/25146-4.