



## **AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE TURBULÊNCIA E VELOCIDADE DE ROTAÇÃO EM UMA CÉLULA DE FLOTAÇÃO COM AGITAÇÃO MECÂNICA VIA FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL**

ANDRESSA J. B. CARVALHO<sup>1</sup>, FELIPE O. COSTA<sup>1\*</sup>, IRINEU PETRI JÚNIOR<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Lavras, Setor de Engenharia Química, Departamento de Engenharia.  
\*e-mail: [felipeorlandodacosta@gmail.com](mailto:felipeorlandodacosta@gmail.com)

**RESUMO** - A célula de flotação com agitação mecânica é um eficiente reator para ozonificação, pois permite uma distribuição uniforme de bolhas e sólidos. Devido ao seu complexo escoamento, uma análise via fluidodinâmica computacional é de fundamental importância. Portanto, objetivou-se estudar modelos de turbulência disponíveis no Fluent (variantes do  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ ) em comparação com o modelo LES para um flotor. Ademais, intentou-se avaliar a influência da velocidade angular do agitador na mistura. Foi feito um teste de independência de malha e realizado uma avaliação dos modelos de turbulência analisando os perfis das velocidades e o erro relativo em relação ao modelo LES. Visando avaliar o efeito da velocidade angular, foram feitas simulações com rotações de 900, 1500 e 3300 rpm, comparando as velocidades angulares em diferentes alturas. O melhor modelo de turbulência para o sistema nas regiões afastadas das fronteiras foi o RNG  $k-\epsilon$ , pois esse apresentou menor suavização do gradiente de velocidade. A variação da velocidade angular causou diferentes perfis de velocidade, indicando que há uma velocidade ótima de operação. Portanto, este trabalho fornece ferramentas para predição do escoamento em célula de flotação, trazendo uma análise dos modelos de turbulência e da influência da velocidade angular.

### **INTRODUÇÃO**

A flotação consiste em um processo de separação feita em uma suspensão de água. Este processo é bastante utilizado na indústria de mineração, para separar minerais valiosos da ganga. Nesse processo, quando a partícula consegue absorver um número suficiente de bolhas, a densidade do elemento partícula-bolha torna-se menor que a do fluido, promovendo seu deslocamento vertical ascendente, enquanto as partículas de minérios ficam imóveis (CHAVES *et al.*, 2018).

A célula de flotação com agitação mecânica é um dos equipamentos mais utilizados na concentração de minérios ao redor do mundo (WILLS, 1988). Este equipamento é classificado como uma turbomáquina, sendo essa classe de equipamentos baseada na ação do agitador mecânico. Tendo como funcionalidade

as seguintes tarefas: suspensão dos sólidos, dispersão do gás injetado em pequenas bolhas, agitação turbulenta que proporciona colisões entre o material particulado e as bolhas, transferência da polpa de uma célula para outra (aplicado para circuitos em série) e formação de uma camada de espuma no topo da célula de flotação (EK, 1992).

Os flotores são divididos em dois grupos, células auto aeradas e células de aeração forçada. As células auto aeradas são aquelas nas quais a injeção do gás é resultado do gradiente de pressão negativo na região do agitador mecânico do flotor. Vale ressaltar que o gradiente de pressão nas células auto aeradas é promovido pelo giro do agitador mecânico. Com isso, a vazão de ar que é injetada no interior do equipamento é proporcional à velocidade angular do agitador mecânico (PATWARDHAN & JOSHI, 1999). As células de aeração forçada são aquelas na

quais a injeção de gás é feita por meio de um compressor externo (NELSON & LELINSKI, 2000). Quando o gás atinge a região do agitador mecânico, ele sofre cisalhamento e o gás é disperso na forma de pequenas bolhas (PATWARDHAN & JOSHI, 1999).

Devido a esse princípio de funcionamento, a célula de flotação com agitação mecânica é um simples e eficiente reator para o processo de ozonificação, pois permite uma distribuição uniforme das bolhas e da fase sólida no interior do flotador. A eficiência do processo de ozonificação utilizando o flotador depende diretamente da boa dispersão das bolhas de ozônio, do tempo de contato entre as fases (líquido-gás) e do diâmetro das bolhas formadas. Sendo a ozonificação uma operação unitária que tem como função a degradação de material orgânico utilizando uma fase gasosa contendo ozônio (LARA RAMOS *et al.*, 2019).

Como ainda não foram estudados todos os processos de interação entre as fases presentes no flotador, a técnica da fluidodinâmica computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) se mostra uma grande aliada, pois polpa recursos experimentais e fornece resultados confiáveis.

As técnicas de CFD utiliza de métodos numéricos para resolução das equações de conservação. Sua aplicação pode ser dividida em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento. Na etapa de pré-processamento, define-se o domínio geométrico, e posteriormente é feita a discretização do domínio, formando assim a malha. Nesta etapa podem ser definidas as propriedades físicas do fluido e demais parâmetros necessários para a solução do problema (LIMA, 2005).

Na fase de processamento, aplica-se um *solver* baseado no modelo numérico, para resolução das equações conservativas de continuidade, de momento e de energia, para obtenção das grandezas de interesse (velocidade, pressão, temperatura). Na etapa de pós-processamento os resultados da simulação, que podem ser grandezas primárias, como, velocidades, pressões e temperaturas, ou até mesmo grandezas secundárias, como, coeficientes de arrasto, torque e coeficientes de transferências de calor são analisados para se

verificar a validade do modelo numérico. Um dos métodos mais clássicos para validação de um modelo número é através de um comparativo dos resultados da simulação com resultados experimentais (LIMA, 2005).

Devido a impossibilidade de utilizar-se das equações de *Navier-Stokes* diretamente via simulação DNS (*Direct Numerical Simulation*), para resolver as flutuações de velocidade geradas pelas pequenas escalas de turbulência, torna-se necessário a utilização dos modelos de turbulência. O escoamento pode ser caracterizado como turbulento quando possui determinadas características específicas. Dentre elas, pode-se citar um elevado número de Reynolds, que relaciona os efeitos convectivos e difusivos. Outras características são a irregularidade, sendo a turbulência um fenômeno caótico e a alta difusividade. Além disso, vale ressaltar que a turbulência é um fenômeno altamente dissipativo, contínuo e imprevisível (ÇENGEL & CIMBALA, 2015).

O escoamento turbulento é sempre tridimensional e transiente, caracterizado pela presença de muitos vórtices que ocupam uma larga faixa de escalas de comprimento e de tempo. Portanto, para a resolução de todas estas escalas é requerida uma discretização espacial e temporal extremamente refinada, o que demanda um grande esforço computacional (VIEIRA, 2006).

O *software* FLUENT, possui os modelos de fechamento de turbulência dentro da categoria *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS), essa categoria engloba os seguintes modelos: Spalart-Allmaras,  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  e o *Reynolds Stress Model* (RSM), também possui o modelo LES que utiliza as características tanto da simulação *Direct Numeric Simulation* (DNS) quanto RANS e o modelo DES sendo a junção do modelo LES com o RANS (ANSYS, 2018).

Diante do exposto, este trabalho objetivou realizar um estudo hidrodinâmico para a célula de flotação. Para determinação do modelo no qual os resultados mais se assemelham ao modelo de referência (LES), foram analisados os modelos de turbulência: *Standard*  $k-\epsilon$ , RNG  $k-\epsilon$ , *Realizable*  $k-\epsilon$  e *Standard*  $k-\omega$ . Os resultados obtidos com esses modelos foram comparados com os valores obtidos com o modelo LES.

Além disso, objetivou-se, após a determinação do melhor modelo de turbulência para o sistema em questão, analisar a influência da velocidade angular do agitador mecânico na mistura do fluido no tanque, avaliando as velocidades angulares em diferentes posições da célula de flotação.

## METODOLOGIA

### Geometria e malha computacional

A unidade utilizada como base para confecção da geometria está representada na Figura 1, sendo a mesma utilizado nos trabalhos experimentais de Lara Ramos *et al.*, (2019) e (2021).



Figura 1: Unidade experimental.

No *software SpaceClaim* foi construída a geometria da célula de flotação. Essa consiste basicamente em um recipiente cilíndrico, um *baffle* e um agitador mecânico. Sendo o *baffle* uma parede sobreposta ao agitador mecânico, responsável por aumentar a turbulência e reduzir o tamanho das bolhas. A representação esquemática da célula de flotação é apresentada na Figura 2 e as dimensões na Tabela 1.

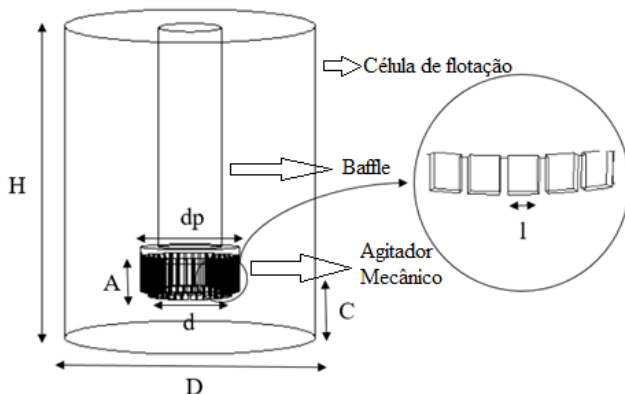


Figura 2: Representação esquemática da célula de flotação.

Tabela 1: Dimensões da célula de flotação.

Célula	Altura (H)	16,15 cm
	Diâmetro (D)	13,18 cm
	Distância entre fundo e o agitador mecânico (C)	2,45 cm
Agitador e baffle	Diâmetro do agitador mecânico (d)	4,4 cm
	Número de dentes ( $N_d$ )	40
	Altura do dente do baffle (A)	1,84 cm
	Largura do dente do agitador mecânico (l)	0,286 cm
	Diâmetro do baffle ( $d_b$ )	5,18 cm

Posteriormente a construção da geometria, ela foi exportada ao *software Meshing* e foram construídas três diferentes malhas para realização do teste de independência de malha. Foram utilizados os valores de 348.823, 757.138 e 1.007.417 para a quantidade de elementos, sendo estes predominantemente hexaédricos. Com isso, foram analisados os valores de velocidade média, máxima e o número de Reynolds médio, apresentado na Equação 1.

$$Re_{méd} = \frac{\rho * V_R * D}{\mu} \quad (1)$$

Sendo  $\rho$  e  $\mu$  a densidade e viscosidade do fluido, respectivamente,  $V_R$  a velocidade resultante do volume de controle e  $D$  o diâmetro da célula de flotação.

Ainda no *software Meshing*, a face superior da célula de flotação foi definida como *pressure outlet*. As demais faces da célula, o agitador mecânico e o *baffle* foram definidas como *wall*. Vale ressaltar que para o agitador mecânico é definido uma velocidade angular.

### Condições de contorno

As simulações básicas foram feitas utilizando regime transiente, isotérmico e rotação de 900 rpm. Para todas as simulações foi utilizada a condição de não deslizamento nas paredes. Para os métodos de acoplamento pressão-velocidade, discretização da pressão, discretização do momento e partição da malha foram utilizados SIMPLE, *Standard*, *First Order Upwind* e *Metis*, respectivamente.

Os fatores de relaxação para *Pressure*, *Momentum*, *Body Force* e *Density* foram de 0,3;

0,1; 1 e 1, respectivamente. Como critério de convergência foi utilizado o valor de  $10^{-4}$ . Para atingir o estado estacionário, foi simulado 10 segundos, com *time step* variando de  $10^{-6}$  a  $3.10^{-4}$ .

Como não há entradas e saídas de fluido no equipamento, a simulação apresentou problemas na convergência inicial da equação da continuidade. Para resolver este problema, o caso foi inicializado utilizando a inicialização padrão a partir da opção “*all zones*” e foi inserido uma velocidade muito baixa na direção axial, com magnitude de 0,01 m/s.

### Comparação entre modelos de turbulência

Por meio do *software FLUENT*, foi avaliado o comportamento de modelos de turbulência, sendo eles o  $k-\epsilon$  e suas variantes (*Standard*, *RNG* e *Realizable*), *Standard k- $\omega$*  em comparação ao modelo *Large Eddy Simulation (LES)*, que notoriamente é o modelo que melhor descreve o comportamento do escoamento de água no interior de tanques com agitação mecânica. Entretanto, o custo computacional do modelo LES é elevado.

Para essa comparação entre os modelos, foram utilizados os valores das velocidades médias angulares ( $\langle u_1 \rangle$ ), radiais ( $\langle u_2 \rangle$ ) e axiais ( $\langle u_3 \rangle$ ) em diferentes posições. Com isso, foi feita adimensionalização das velocidades médias angulares, radiais e axiais utilizando a velocidade linear máxima do agitador ( $U_{lip}$ ), sendo que esse valor é encontrado nas extremidades do agitador. Além disso, para facilitar o estudo das velocidades em coordenadas cilíndricas em diferentes posições axiais ( $x_2$ ), esse eixo foi adimensionalizado utilizando a altura do tanque ( $H$ ).

O eixo de rotação definido foi o eixo vertical na direção positiva e a origem especificada ao sistema foi um ponto de simetria com relação ao eixo vertical para a célula de flotação. Com o referencial inercial definido ao sistema, velocidades angulares positivas são baseadas na regra da mão direita usando o eixo de rotação positivo, velocidades radiais positivas apontam radialmente para fora do eixo de rotação e velocidades axiais positivas estão na direção do vetor do eixo de rotação. A Figura 3 contém a geometria da célula de flotação com seu respectivo eixo de

coordenadas, para facilitar a visualização do sentido das velocidades analisadas.

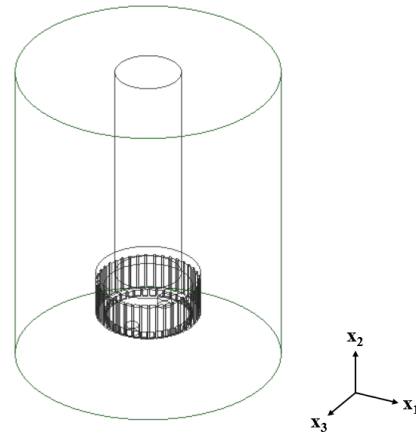


Figura 3: Representação da geometria da célula de flotação com seu respectivo eixo de coordenadas.

Para analisar os modelos de turbulência, foram utilizadas as velocidades médias angulares, radiais e axiais em diferentes posições axiais, sendo escolhidas conforme pode ser observado na Figura 4. A rotação utilizada foi de 900 rpm no sentido anti-horário ( $Re = 28.901$ ), para assegurar o escoamento no turbulento.

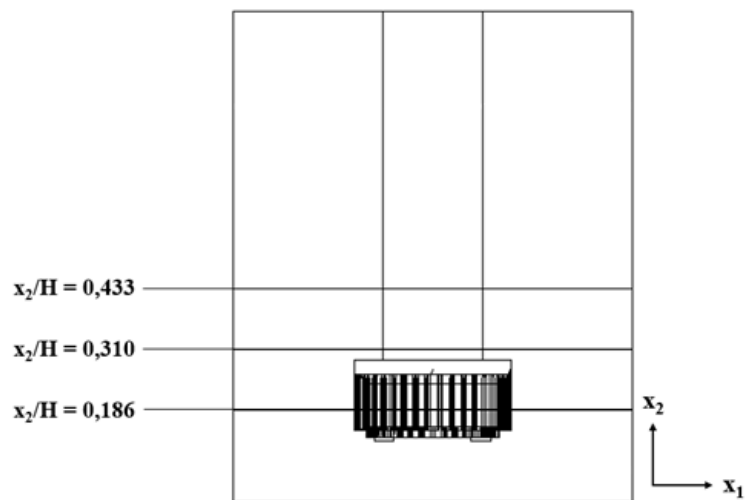


Figura 4: Seções de análise das velocidades médias angulares, radiais e axiais.

Para avaliar os desempenhos dos modelos a dois parâmetros em comparação ao modelo LES, foi utilizado o erro relativo (ER), sendo este obtido pela Equação 2.

$$ER (\%) = \frac{\text{Valor real} - \text{Valor teórico}}{\text{Valor real}} \times 100 \quad (2)$$

## Comparação entre velocidades angulares do agitador mecânico na mistura do fluido no tanque

Com o intuito de avaliar o efeito da velocidade angular na agitação da célula de flotação, foi simulado o mesmo sistema com as rotações de 900 ( $Re = 28.901$ ), 1500 ( $Re = 48.168$ ) e 3300 rpm ( $Re = 105.970$ ). Com isso, foi comparado as velocidades angulares nas posições expressas pela Figura 4 para as três condições de velocidade angular. Para avaliar o efeito da velocidade angular foi utilizado o modelo de turbulência LES e as condições iniciais e de contorno explicitadas anteriormente.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### Teste de independência de malha

Os resultados dos valores de velocidade média, máxima e o número de Reynolds médio para o teste de independência de malha são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Teste de independência de malha

Nº de elementos	$V_{méd}$ (m/s)	ER (%)	$V_{máx}$ (m/s)	ER (%)	$Re_{méd}$	ER (%)
348.823	0,025	25	1,585	91	3240	24
757.138	0,021	5	0,788	5	2782	7
1.007.417	0,020	-	0,831	-	2606	-

Sendo  $V_{méd}$  e  $V_{máx}$  as velocidades médias e máximas, respectivamente, ER o erro relativo e  $Re_{méd}$  o Reynolds médio.

Analisando a Tabela 2, pode-se concluir que a malha com 757.138 é aquela na qual os erros de discretização são desprezíveis, já que quase não há diferença entre os campos para as malhas com 757.138 e 1.007.417 células. Para a malha com 348.823 células essa diferença foi significativa, devido aos altos valores de erros relativos obtidos.

Para analisar a qualidade da malha gerada foram comparados os parâmetros de *Aspect Ratio*, de *Skewness* e de *Jacobian Ration* das malhas com 757.138 e 1.007.417 elementos, como mostra a Tabela 3. O valor ideal para os parâmetros *Aspect Ratio* e *Jacobian Ration* é 1. Já para o *Skewness* o valor desejado é 0.

Tabela 3: *Aspect Ratio*, de *Skewness* e de *Jacobian Ration* para as malhas com diferentes quantidades de elementos.

Nº elementos	<i>Aspect Ratio</i>	<i>Skewness</i>	<i>Jacobian Ratio</i>
757.138	Mínimo	1,005	0,0016
	Máximo	2152	1,000
	Média	2,218	0,192
	Desvio padrão	5,180	0,259
1.007.417	Mínimo	1,004	0,0011
	Máximo	28617	1,000
	Média	2,439	0,217
	Desvio padrão	36,010	0,273

Analisando os valores médios apresentados na Tabela 3, é possível concluir que as malhas geradas possuem em geral uma boa qualidade. A malha com 757.138 células foi a que apresentou a melhor qualidade analisando o *Aspect Ratio*, o *Skewness* e o *Jacobian Ratio*. Portanto, esta pode ser utilizada sem causar prejuízo para os resultados simulados.

### Análises dos modelos de turbulência

A Figura 5 apresenta o comportamento da velocidade angular,  $\langle u_1 \rangle$ , para as diferentes  $x_2/H$  utilizadas. A Tabela 4 contém os erros relativos de  $\langle u_1 \rangle$ ,  $\langle u_2 \rangle$  e  $\langle u_3 \rangle$  para  $x_2/H = 0,186$ ;  $x_2/H = 0,310$ ;  $x_2/H = 0,433$ , respectivamente.

Analisando os resultados apresentados na Figura 5, pode-se observar que os modelos k- $\epsilon$  e suas variantes e o modelo *Standard k- $\omega$*  apresentaram entre si valores médios das velocidades angulares muito semelhantes. No entanto, em geral, utilizando o modelo RNG k- $\epsilon$ , foi obtido algumas pequenas diferenças com relação aos demais.

Outro ponto a salientar é o comportamento da velocidade nas regiões próximo as paredes. Nestas regiões, com o modelo LES, foi obtido altos valores de velocidades, enquanto com os modelos avaliados, foram obtidos valores próximos de zero. Sendo estas regiões as principais fontes dos maiores erros relativos.

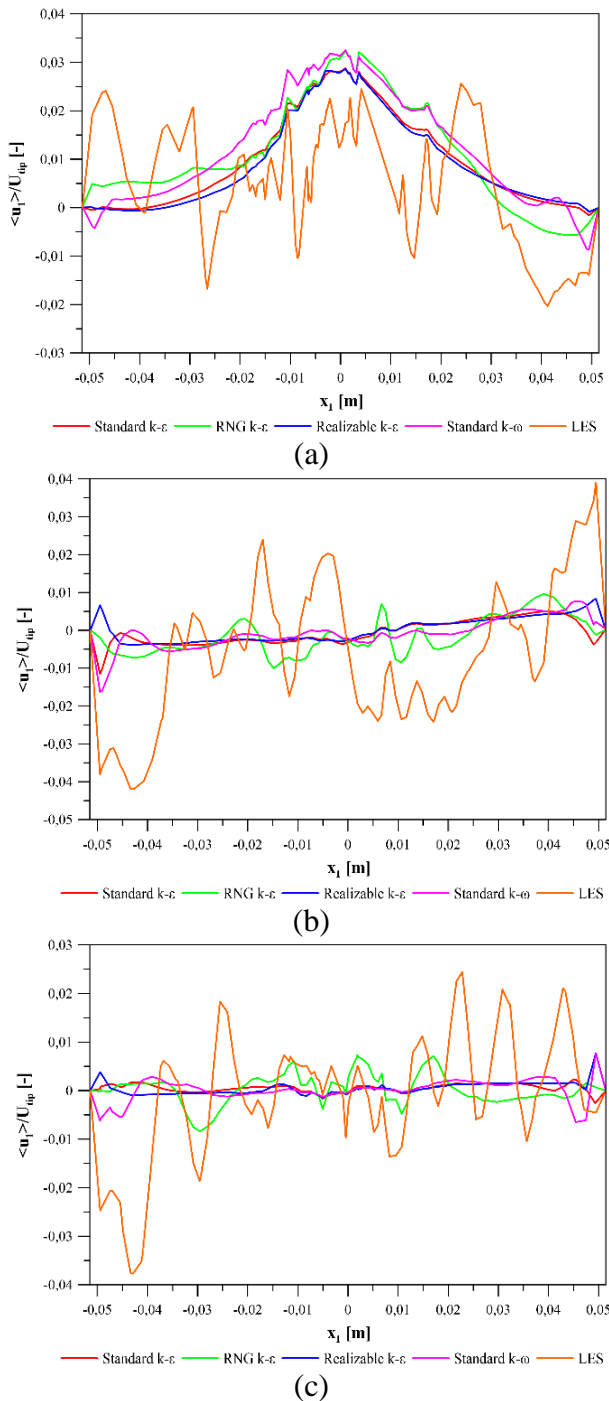


Figura 5: Comportamento da velocidade angular para os modelos de turbulência analisados para (a)  $x_2/H = 0,186$  (b)  $x_2/H = 0,310$  e (c)  $x_2/H = 0,433$ .

Quando se analisa os erros relativos médios, apresentados na Tabela 4, observa-se que foram obtidos valores significativos. Próximo as paredes do equipamento, nota-se regiões em que há um grande desvio, isso faz com que o valor médio do erro relativo sofra uma elevação. Com isso, pode-se constatar que os modelos a dois parâmetros apresentam melhores performances para prever o

escoamento nas regiões mais próximas ao centro da célula de flotação. Nas regiões mais próximas às paredes há um aumento das incertezas dos modelos avaliados para o cálculo da velocidade, pois essas são altamente anisotrópicas.

Na Figura 5(a) é possível notar que os resultados não são satisfatórios. Isto é justificado pois a região analisada está localizada próxima ao rotor e, portanto, assim como em locais próximos as paredes, se trata de uma região com turbulência anisotrópica. Os modelos de turbulência analisados não descrevem bem o comportamento nessas regiões, sendo recomendados somente para locais em que há turbulência isotrópica.

Tabela 4: Valores de erros relativos máximo, mínimo e médio para  $\langle u_1 \rangle$ ,  $\langle u_2 \rangle$  e  $\langle u_3 \rangle$ , e para diferentes  $x_2/H$ .

	$x_2/H = 0,186$			$x_2/H = 0,310$			$x_2/H = 0,433$		
	Máx (%)	Mín (%)	Méd (%)	Máx (%)	Mín (%)	Méd (%)	Máx (%)	Mín (%)	Méd (%)
<b>Standard k-ε</b>									
$\langle u_1 \rangle$	12864	5	188	1846	1	136	277	25	105
$\langle u_2 \rangle$	1443	0	121	634	5	101	815	2	106
$\langle u_3 \rangle$	949	2	98	8643	0	264	2211	23	124
<b>RNG k-ε</b>									
$\langle u_1 \rangle$	3545	1	142	2313	1	146	1450	5	134
$\langle u_2 \rangle$	1117	1	107	500	1	82	5551	1	202
$\langle u_3 \rangle$	768	5	90	14726	6	299	1126	1	98
<b>Realizable k-ε</b>									
$\langle u_1 \rangle$	10720	2	163	1580	1	130	333	24	109
$\langle u_2 \rangle$	654	7	112	552	3	99	1331	21	111
$\langle u_3 \rangle$	1564	3	106	6273	7	203	2088	7	124
<b>Standard k-ω</b>									
$\langle u_1 \rangle$	7669	0	151	2408	1	136	499	5	109
$\langle u_2 \rangle$	1099	1	117	443	22	98	938	13	122
$\langle u_3 \rangle$	1606	3	111	11452	1	315	2132	6	129

Quando se avalia os erros relativos para a posição  $x_2/H = 0,186$ , apresentados na Tabela 4, pode-se constatar pontos com altos valores de erros relativos máximos, sendo estes pontos principalmente encontrados próximos às paredes do tanque. No entanto, para alguns pontos, foi obtido um ajuste de excelente qualidade entre os resultados, sendo obtidos baixos valores para os erros relativos mínimos.

Vale salientar, que o modelo *Realizable k-ε*, para  $x_2/H = 0,186$ , foi aquele que

apresentou a melhor performance dentro os modelos avaliados, analisando os erros relativos apresentados na Tabela 4. Porém com resultados muito semelhantes ao obtidos pelos modelos *Standard* k- $\epsilon$  e RNG k- $\epsilon$ , sendo que o único que apresentou uma performance aquém dos demais modelos foi o *Standard* k- $\omega$ .

Para a posição  $x_2/H = 0,310$ , a velocidade angular média foi melhor descrita utilizando o modelo *Realizable* k- $\epsilon$ , já para velocidade radial média o modelo RNG k- $\epsilon$  obteve melhores resultados e para velocidade axial média o modelo *Realizable* k- $\epsilon$  foi aquele que apresentou a melhor performance, conforme pode ser observado na Tabela 4. Porém destaca-se que ambos os modelos, RNG k- $\epsilon$  e *Realizable* k- $\epsilon$ , apresentaram resultados semelhantes para as três velocidades analisadas.

Através da Tabela 4, para  $x_2/H = 0,433$ , pode-se observar que em alguns pontos do escoamento foi obtido um excelente ajuste, principalmente utilizando o modelo RNG k- $\epsilon$ . Analisando numericamente os erros relativos médios, pode-se concluir que o modelo *Standard* k- $\epsilon$  foi o que melhor predisse a velocidade angular e radial, sendo que para velocidade axial, o modelo RNG k- $\epsilon$  foi aquele no qual foi obtido o melhor desempenho. Porém quando se analisa os resultados graficamente através da Figura 5 (c), pode-se observar que o modelo *Standard* k- $\epsilon$  não segue nitidamente o comportamento do modelo LES, porém o modelo RNG k- $\epsilon$  apresenta em boa parte do escoamento oscilações e gradientes semelhantes.

Desse modo, pode-se concluir que os modelos a dois parâmetros utilizados, suavizaram os gradientes de velocidade, dificultando um prognóstico quantitativo da velocidade e agitação nas regiões próximo às paredes da célula de flotação, já que esta é uma região com turbulência anisotrópica. Porém, na região central os modelos a dois parâmetros apresentaram comportamentos semelhantes aos observados no modelo LES, por se tratar de uma região com turbulência isotrópica.

Outro ponto a salientar e que o modelo RNG k- $\epsilon$  apresentou visivelmente uma suavização dos gradientes de velocidade inferior aos demais modelos a dois parâmetros. Isso pode ser justificado, pois o modelo RNG

k- $\epsilon$  engloba um termo adicional em sua equação quando comparado aos demais modelos k- $\epsilon$ , que melhora a precisão dos fluxos de tensão rápida e que engloba o efeito de redemoinho na turbulência.

Uma justificativa para os altos valores de erro obtidos utilizando os modelos a dois parâmetros é devido às condições do escoamento. A turbulência em tanque com agitação mecânica é altamente anisotrópica e não homogênea, sendo que os modelos k- $\epsilon$  e suas variantes e o *Standard* modelo k- $\omega$ , não representam essa anisotropia, devido a inerências destes modelos.

As amplitudes máximas obtidas para as velocidades analisadas nesse trabalho foram inferiores as obtidas por Joshi *et al.* (a) e (b) (2011). Além disso, no presente trabalho as oscilações e gradientes de velocidade foram superiores. O que pode justificar esses comportamentos são a geometria do agitador mecânico e do *baffle* e a velocidade angular adotada. Nos trabalhos de Joshi *et al.* (a) e (b) (2011) foi utilizado uma rotação de 270 rpm enquanto no presente trabalho foi utilizado 900 rpm e a geometria utilizada em ambos os trabalhos foi completamente diferente e, esses fatores impactam diretamente os gradientes de velocidade do escoamento. Com relação as geometrias do *baffles*, nos trabalhos de Joshi *et al.* (a) e (b) (2011) os *baffles* estavam localizados nas paredes do tanque, enquanto no presente trabalho o *baffle* era uma estrutura no centro da célula de flotação.

### **Influência da rotação na fluidodinâmica da célula de flotação**

A Figura 6 contém o comportamento da velocidade angular,  $\langle u_1 \rangle$ , para  $x_2/H = 0,186$ ,  $x_2/H = 0,310$  e  $x_2/H = 0,433$  com diferentes velocidades angulares.

Analisando a Figura 6, pode-se constatar que as velocidades analisadas apresentaram diferentes comportamentos, mesmo sendo utilizada as mesmas condições e modelos para as três velocidades angulares analisadas. E ressalta-se que como as velocidades foram normalizadas com relação à velocidade linear máxima do agitador ( $U_{lip}$ ), todas apresentam escalas de mesma magnitude. Estes diferentes comportamentos podem ser justificados devido a turbulência no interior da célula de flotação,

sendo que com o aumento da turbulência, há um aumento da aleatoriedade no escoamento.

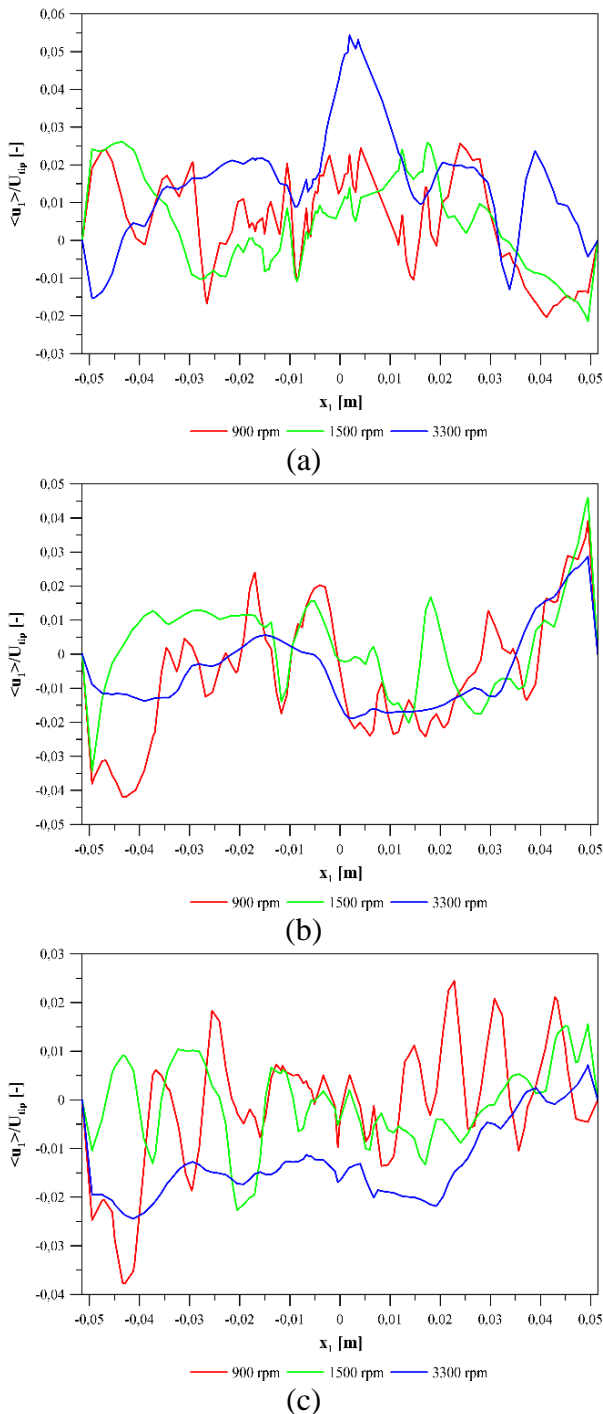


Figura 6: Comportamento das velocidades médias angulares utilizando 900, 1500 e 3300 rpm para (a)  $x_2/H = 0,186$ , (b)  $x_2/H = 0,310$  e (c)  $x_2/H = 0,433$ .

Com análise da Figura 6, pode-se concluir que com o aumento da velocidade angular, grande parte da energia cinética disponibilizada ao sistema fica concentrada nas regiões mais próximas ao agitador mecânico. Além disso, quanto mais próximo ao topo da célula de

flotação, menor é a transmissão de energia cinética para essas regiões com o aumento da velocidade angular. Sendo assim, provavelmente existe uma velocidade angular “ótima” na qual tem-se gradientes de velocidade mais homogêneos ao longo das posições da célula de flotação.

## CONCLUSÕES

Para o teste de independência de malha, pode-se concluir que com a malha de 757.138 células, os erros envolvidos no processo de discretização do domínio geométrico tornam-se desprezíveis. Além disso, pode-se concluir que a malha com 757.138 células foi aquela na qual foi obtido a melhor regularidade e confiabilidade computacional dos elementos utilizados, já que o *Aspect Ratio*, e o *Jacobian Ration* ficaram mais próximos da unidade e o *Skewness* ficou mais próximo da nulidade.

Para a análise dos modelos de turbulência, pode-se constatar que os modelos a dois parâmetros apresentaram resultados semelhantes entre si, com singelas diferenças para o modelo RNG k- $\epsilon$ , sendo que este modelo apresentou maiores gradientes de velocidade em comparação aos demais modelos a dois parâmetros avaliados. Quando se compara os modelos k- $\epsilon$  e suas variantes (*Standard*, RNG e *Realizable*) e o modelo *Standard* k- $\omega$  em relação ao modelo LES, pode-se observar que houve uma suavização dos gradientes de velocidade por parte dos modelos a dois parâmetros. Porém, nas regiões centrais da célula de flotação, principalmente o modelo RNG k- $\epsilon$ , apresentou um comportamento semelhante ao obtido com o modelo LES, sendo que nas regiões próximas às paredes isto não ocorre e consequentemente os erros relativos provenientes destas regiões superestimaram o valor médio dos erros relativos.

Desse modo, pode-se concluir que o modelo RNG k- $\epsilon$  pode ser utilizado para prever o comportamento do fluido no interior do tanque para regiões que possuem um escoamento homogêneo, se distanciando das paredes do sistema. Próximo as paredes e ao rotor do equipamento, são observadas regiões altamente anisotrópicas, não sendo bem previstas pelos modelos de turbulência analisados.



Avaliando o efeito da velocidade angular no escoamento do fluido no interior da célula de flotação, pode-se constatar que conforme há um aumento da velocidade angular do agitador mecânico, maior parte da energia cinética disponibilizada ao sistema fica concentrada nas regiões próximas ao agitador mecânico. Diferentemente do comportamento obtido para rotações mais baixas, sendo que para 900 rpm, foram obtidos perfis mais homogêneos de velocidade, ou seja, a energia cinética disponibilizada pelo agitador mecânico, foi mais homogeneamente distribuída no volume do equipamento.

Portanto, este trabalho fornece ferramentas para predição do escoamento monofásico de uma célula de flotação, trazendo uma análise robusta e consistente da análise dos modelos de turbulência e da influência da velocidade angular para o escoamento de fluido no interior deste equipamento. Além disso, está análise foi feita adimensionalizando-se as variáveis, para facilitar correlações e extrapolações dos resultados para outras células de flotação e tanques agitados em geral, que possuam diferentes dimensões e geometrias.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio técnico-financeiro fornecido pela FAPEMIG (APQ-00036-21) e a cooperação internacional com a Universidad del Valle.

### REFERÊNCIAS

- ANSYS. Fluent User's Guide and Theory Guide. Canonsburg: [s.n.], 2018.
- CHAVES, A. P.; FILHO, L. S. L.; BRAGA, P. F. A. B. (2018), Tratamento de minérios, CETEM/MCTIC, Rio de Janeiro.
- ÇENGEL Y. A.; CIMBALA J. M. (2015), Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações, 3. Ed., Porto Alegre, RS: AMGH Ed., 990 p.
- EK, C. Flotation kinetics. (1992), Innovations in flotation technology, MAVROS, P.; MATIS, K. A. (Ed). NATO ASI Series. Series E, Applied Sciences, v. 208, p. 183-209.
- JOSHI, J. B., NERE, N. K., RANE, C. V., MURTHY, B. N., MATHPATI, C. S., PATWARDHAN, A. W., RANADE, V. V. (2011), CFD simulation of stirred tanks: Comparison of turbulence models. Part I: Radial flow impellers. The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol 89, p. 23–82. (a)
- JOSHI, J. B., NERE, N. K., RANE, C. V., MURTHY, B. N., MATHPATI, C. S., PATWARDHAN, A. W., RANADE, V. V. (2011), CFD simulation of stirred tanks: Comparison of turbulence models (Part II: Axial flow impellers, multiple impellers and multiphase dispersions). The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol 89, p.754–816. (b)
- LARA-RAMOS, J. A., SÁNCHEZ-GÓMEZ, K., VALENCIA-RINCÓN, D., DIAZ-ANGULO, J., MUESES, M., MACHUCA-MARTÍNEZ, F. (2019), Intensification of the O<sub>3</sub>/TiO<sub>2</sub>/UV advanced oxidation process using a modified flotation cell. Photochemical & Photobiological Sciences, Vol 18, p. 920–928.
- LARA-RAMOS, J. A., CONSTAIN-ESCOBAR, A. M., ROJAS-ORTIZ, K. V., DIAZ-ANGULO, J., & MACHUCA-MARTÍNEZ, F. (2021), A novel high rotation bubble reactor for the treatment of a model pollutant in ozone/goethite/H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> and UV/goethite coupled processes. Environmental science and pollution research international, Vol 28, p. 1-13.
- LIMA, R. C. (2005), Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Incompressíveis com Transferência de Calor e Massa por um Método de Elementos Finitos e Subdomínios. PPGEM/UNESP– Ilha Solteira - SP, 161 p. (dissertação de mestrado).
- NELSON, M. G.; LELINSKI, D. (2000), Hydrodynamic design of self-aerating flotation machines. Minerals Engineering, Vol 13, p. 991-998.
- PATWARDHAN, A. W. & JOSHI, J. B. (1999), Design of gas-inducing reactors. Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol 38, p. 49-80.
- VIEIRA, L. G. M. (2006), Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes. PPGEQ/UFU –

Uberlândia - MG, 286 p. (tese de doutorado).

WILLS, B. A. (1988), Mineral processing technology. Pergamon Press., Oxford.