



## **INFLUÊNCIA DO ÍNDICE DE POTÊNCIA NO COMPORTAMENTO DE FLUIDOS EM ESCOAMENTOS LAMINARES UNIDIRECIONAIS**

VINÍCIUS S. B. SILVA<sup>1</sup>, THALES F. FERREIRA<sup>1</sup>, LUIZ G. M. VIEIRA<sup>2</sup>, YANNE N.  
KYRIAKIDIS<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica

<sup>2</sup>Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Química

\*e-mail: yanne@ufu.br

**RESUMO** – Os fluidos têm grande importância para a engenharia e compreender o comportamento que eles apresentam resulta em projetos mais precisos e seguros para a humanidade. Conforme as características reológicas dos fluidos, o escoamento pode tomar variadas configurações e a assimilação desse conhecimento em um primeiro contato pode se tornar complexa, já que a literatura carece de exemplos didáticos e visualmente esclarecedores até mesmo para escoamentos relativamente simples. Posto isto, este trabalho teve como objetivo estudar cinco fluidos *Power Law* de diferentes índices de potência em escoamento unidirecional laminar numa tubulação cilíndrica e analisar as respostas queda de pressão por comprimento linear e perfis de velocidade, comparando soluções numéricas (via CFD) e analíticas, a fim de contribuir com o ensino das disciplinas de Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Fluidos. Os resultados simulados obtidos mostraram grande confiabilidade, uma vez que os desvios médios encontrados foram de 2,09% para a queda de pressão e de 1,25% para a velocidade máxima. Em síntese, constatou-se que a queda de pressão varia de forma não-linear com o incremento do índice de potência e que quanto maior o índice de potência, mais viscoso é o escoamento e menor a região de velocidade máxima alcançada pelo fluido.

### **INTRODUÇÃO**

Os fluidos são, de forma primordial, definidos como materiais que quando aplicadas forças cisalhantes, por menores que sejam, deformam-se de forma contínua e irreversível. A maneira como essas substâncias deformam-se com relação à tensão cisalhante aplicada é diferente a depender das interações entre suas moléculas (Bennett e Myers, 1978). O estudo dessas características deu origem a um campo da ciência denominado reologia.

A partir das características reológicas dos fluidos, estes podem ser classificados em duas categorias básicas: os newtonianos e os não-newtonianos.

Os fluidos newtonianos são aquelas substâncias em que seu comportamento pode ser descrito pela Lei de Viscosidade de Newton.

Assim, em condições físico-operacionais constantes (temperatura, pressão e concentração), a taxa de deformação do material é linearmente proporcional à tensão aplicada, sendo que, por menor que seja a força cisalhante, existe uma deformação do fluido. A constante de proporcionalidade entre a tensão e a taxa de deformação da substância é chamada viscosidade dinâmica e, independentemente da tensão atuante, esse parâmetro permanecerá constante (Fox e Mc Donald, 2001). Como exemplos de fluidos newtonianos, tem-se a água, o ar, o etanol, a gasolina, a glicerina etc. (Galindo, 2013).

Para os fluidos que não seguem à Lei de Viscosidade de Newton, é possível a caracterização das substâncias não-newtonianas em três tipos: fluidos cuja viscosidade independe do tempo de

cisalhamento, outros cuja viscosidade depende do tempo de cisalhamento e, ainda, fluidos que apresentam uma recuperação elástica parcial após a deformação (Mothé, 2009).

Para fluidos não-newtonianos cuja viscosidade depende somente da taxa de deformação, pode-se citar fluidos de Bingham, Ostwald de Waele, e Herschell-Buckley, sendo eles muito presentes na sociedade atual, como em sucos de frutas, maionese, ketchup, cremes dentais, suspensões de areia, soluções poliméricas, certos óleos lubrificantes, entre outros (Faraoni *et al.*, 2013). Observa-se então uma vasta aplicação desses fluidos em diversos ramos da engenharia, desde a indústria alimentícia até, principalmente, a petroquímica e automotiva, passando pela de cosméticos e de higiene.

Para os fluidos classificados como Ostwald de Waele, também conhecidos como fluidos *Power Law*, mesmo em condições do sistema constantes, a sua viscosidade é variável com a taxa de deformação aplicada ao sistema, seguindo o modelo de Lei de Potência, apresentado na Equação 1 (Bird *et al.*, 2004).

$$\tau = \left( \eta_0 \frac{d\gamma}{dt} \right)^n \frac{d\gamma}{dt} \quad (1)$$

Esse tipo de fluido pode ser dividido em duas classificações distintas, de acordo com o valor que assume o parâmetro “n”, chamado índice de potência. Se o índice de potência assumir valores menores que 1, o fluido possui comportamento pseudoplástico; se “n” for maior que 1, a substância comporta-se como um fluido dilatante; e se o valor de “n” for igual à unidade, tem-se um fluido newtoniano (Chhabra e Richardson, 1999).

Segundo Bird *et al.* (2004), os fluidos pseudoplásticos são materiais em que, quanto maior a taxa de deformação, menos viscoso ele se torna, ou seja, a viscosidade aparente diminui ao passo que a tensão cisalhante aumenta. Grande parte dos fluidos de perfuração utilizados em poços de petróleo e gás apresenta características pseudoplásticas (Fagundes, 2018). Em geral, esses fluidos são empregados tanto para lubrificar e arrefecer a broca de perfuração quanto para carrear partículas sólidas para a superfície do poço. Além disso, o fluido utilizado tem contribuição direta na

segurança da unidade, uma vez que os parâmetros reológicos influenciam nos perfis de velocidade e tensão cisalhante e esses parâmetros estão relacionados à possibilidade de colapso e/ou fratura dos poços de petróleo (Facuri, 2014). Portanto, o estudo da reologia tem grande importância e aplicação técnica na Engenharia de Petróleo.

Em contrapartida, os fluidos dilatantes comportam-se de forma contrária aos pseudoplásticos, sendo que nas substâncias em que o índice de potência é maior que 1, a viscosidade aparente aumenta à medida em que a tensão cisalhante atuante sobre o sistema é elevada. Cada tipo de fluido interage de uma forma diferente com materiais particulados, logo, a caracterização reológica de líquidos e gases é de notável relevância para os estudos dos sistemas particulados (Massarani, 1999).

Sabe-se ainda que existe uma relação intrínseca entre as forças inerciais e as forças viscosas, expressa pelo adimensional de Reynolds (Fox e Mc Donald, 2001). Esse adimensional é especialmente útil em projetos hidráulicos e análises de desempenho de corpos em movimento e submersos em fluidos (carros, submarinos, aeronaves). Além disso, o número de Reynolds caracteriza os regimes de escoamento em laminar, transição e turbulento.

Como o valor assumido por esse adimensional depende das forças viscosas, existe uma grande dificuldade em se obter expressões para cálculo do número de Reynolds para diferentes reologias, ainda mais para definir os valores desse adimensional que caracterizam a mudança do regime de escoamento laminar para o de transição, chamado Reynolds crítico (Ryan e Johnson, 1959). De modo que, para um mesmo volume de controle e direção de escoamento, diferentes valores de Reynolds críticos podem ser estimados, a depender dos parâmetros reológicos das substâncias.

Para cada regime de escoamento, os perfis de velocidade do fluido exibem diferentes tipos de comportamentos, que também variam a depender da reologia do fluido (perfil de tensão). Esses perfis de velocidade influenciam na distribuição de pressão do sistema, sendo todas essas informações de extrema relevância nos projetos em engenharia (Metzner e Reed, 1955).

Nesse sentido, mesmo em casos específicos em que o sistema pode ser descrito por um escoamento unidirecional em regime laminar, o qual tem maior chance de possuir solução analítica para o perfil de velocidade (oriundo das simplificações da Equação do Movimento e da Continuidade), a literatura que abrange fluidos não-newtonianos é relativamente escassa e carece de mais materiais sobre o tema. Os livros e apostilas a nível de graduação em geral apresentam inúmeros exemplos e estudos de casos obtendo-se a solução analítica de perfis de tensão e de velocidade para fluidos newtonianos. Entretanto, não se encontra com a mesma frequência materiais didáticos e ilustrativos, que proporcionem uma assimilação de conceitos de forma acessível aos graduandos sobre os mesmos estudos de casos envolvendo fluidos não-newtonianos, mesmo que seja possível a dedução da solução analítica para escoamentos laminares.

Ainda na perspectiva educacional, a Fluidodinâmica Computacional (CFD) proporciona grande ajuda, pois essa técnica utiliza meios computacionais para encontrar soluções numéricas para as equações de transporte (Patankar, 1980). A Fluidodinâmica Computacional possibilita resultados gráficos e de fácil entendimento tanto de perfis de velocidade em uma dada direção quanto de gráficos de contornos, vetores, e várias outras funções que podem auxiliar na visualização do sistema e contribuir com a formação do profissional de engenharia (Maliska, 2004). Oferecer subsídios para a clara compreensão física da influência da reologia sobre os escoamentos presentes no dia a dia de um engenheiro certamente aumentará a qualidade técnica dos formandos.

Dessa maneira, é notável que entender a reologia dos fluidos é de grande importância para compreender a fluidodinâmica dos escoamentos, bem como projetar e analisar sistemas de engenharia, uma vez que os perfis de tensão e velocidade se modificam com as características reológicas apresentadas pelo fluido. Tendo isso em vista, um estudo de caso relativamente simples, em regime laminar, de um fluido escoando em um duto de seção circular em um movimento axial vertical e descendente pode contribuir significativamente

com a literatura base das disciplinas de Fenômenos de Transporte e de Mecânica dos Fluidos, haja vista que estes componentes curriculares são pré-requisitos para o estudo da dinâmica de partículas e do escoamento em meios porosos nas Operações Unitárias.

Portanto, o objetivo deste trabalho foi estudar como o índice de potência influencia o escoamento de fluidos pseudoplásticos e dilatantes, em comparação a um fluido newtoniano, em um duto de seção circular, apresentando de uma maneira didática os contornos de velocidade, a queda de pressão por comprimento linear de duto ( $-\Delta P/L$ ) e gráficos comparativos de velocidade pela posição radial para os diferentes fluidos. Para isto, foram utilizadas técnicas de CFD, cujas soluções numéricas foram verificadas pela confrontação com soluções particulares deduzidas analiticamente a partir da Equação do Movimento e da Equação da Continuidade. Espera-se, desse modo, levantar uma base de dados capaz de prover o apoio necessário para o aprimoramento da educação em mecânica dos fluidos na engenharia.

## METODOLOGIA

### Solução analítica

Para a análise de sistemas relativamente simples, com escoamentos de fluidos não-newtonianos *Power Law*, é possível chegar em determinadas soluções particulares para o perfil de velocidade e cálculo da vazão volumétrica de fluido a partir da Equação do Movimento e da Equação da Continuidade.

Posto isto, neste trabalho considerou-se um escoamento laminar, permanente, plenamente estabelecido, isotérmico e unidirecional descendente de um fluido incompressível em um tubo vertical. O escoamento dá-se axialmente em uma tubulação de seção transversal circular, sem componentes de velocidades radial ou angular. Portanto, aplicando tais hipóteses simplificadoras às Equações da Continuidade e do Movimento e considerando as tensões como valores finitos, obtém-se a Equação 2 para a tensão no sistema descrito (Chhabra e Richardson, 1999).

$$\tau_{rz} = \frac{-\Delta P}{2L} r \quad (2)$$

Considerando a Lei de Potência que rege os perfis de tensão de fluidos *Power Law* (Equação 1), e sabendo-se que a taxa de deformação pode ser escrita como a derivada da velocidade axial pela posição radial (tubo simétrico e não poroso), igualando as Equações 1 e 2 e integrando-as apropriadamente, tem-se a Equação 3 para o perfil de velocidade (Chhabra e Richardson, 1999).

$$V_z = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{n}{n+1} \right) R^{\frac{n+1}{n}} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (3)$$

Pela Equação 3, nota-se que a velocidade máxima é atingida no centro da tubulação, independentemente do índice de potência do fluido, seja ele pseudoplástico ou dilatante, e a expressão para o seu cálculo é dada pela Equação 4.

$$V_{\max} = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{n}{n+1} \right) R^{\frac{n+1}{n}} \quad (4)$$

Além disso, também é possível deduzir uma expressão analítica para a vazão volumétrica, obtida pela integral de área do perfil de velocidade. Levando em conta o elemento infinitesimal de área perpendicular ao escoamento ( $rdrd\theta$ ), composto pelas direções radial e angular, obtém-se a Equação 5 para a vazão volumétrica do sistema.

$$Q = \pi \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{n}{3n+1} \right) R^{\frac{3n+1}{n}} \quad (5)$$

Para uma dada vazão de fluido escoando em um duto de seção reta constante, se os parâmetros “ $\eta_0$ ” (viscosidade aparente) e “ $n$ ” (índice de potência) forem constantes, será possível estimar a queda de pressão por unidade de comprimento ( $-\Delta P/L$ ) para um determinado fluido, que é um dos objetivos deste trabalho. Com essa informação, é possível descrever o perfil de velocidade (Equação 3) para o fluido em questão pela abordagem analítica para a solução do problema.

### Fluidos, geometria e vazões volumétricas

Para solucionar o problema, faz-se necessário definir os fluidos de trabalho para estabelecer a viscosidade aparente ( $\eta_0$ ) e o índice de potência ( $n$ ), parâmetros característicos dos fluidos *Power Law*.

Então, foram analisados 5 casos diferentes, nos quais foram fixados o valor da massa específica ( $\rho$ ) igual à da água a 20°C (998,2 kg/m<sup>3</sup>) e da viscosidade aparente ( $\eta_0$ ) como sendo a viscosidade dinâmica da água nas mesmas condições (0,001003 Pa.s), e variadas as medidas do índice de potência ( $n$ ) nos valores iguais a 0,33; 0,66; 1,00; 1,50 e 3,00. Dessa maneira, foi abrangido o espectro que compõe a classe de fluidos *Power Law*, desde os fluidos pseudoplásticos até os dilatantes, passando pelo fluido newtoniano, em intervalos proporcionais de “ $n$ ”.

Cada tipo de fluido foi analisado analiticamente e numericamente em iguais condições de regime laminar. Entretanto, para um mesmo sistema, o limite de transição de um escoamento laminar para o turbulento varia em função das características reológicas do fluido, em específico do índice de potência ( $n$ ). Para o problema em questão, de um escoamento axial em um duto de seção circular, os valores de Reynolds crítico ( $Re_C$ ) dos fluidos *Power Law* que caracterizam a entrada do escoamento no regime de transição podem ser estimados pelo critério de Ryan e Johnson (1959), que é apresentado na Equação 6.

$$Re_C = \frac{6464n}{(3n+1)^2} (2+n)^{(2+n)/(1+n)} \quad (6)$$

Observa-se que para fluidos newtonianos ( $n = 1$ ), a Equação 6 retorna o valor de  $Re_C$  igual a aproximadamente 2000, o que é condizente com a literatura clássica da Mecânica dos Fluidos (Bennett e Myers, 1978; Fox e McDonald, 2001; Bird *et al.*, 2004).

Já a expressão para cálculo de Reynolds do escoamento de um fluido lei de potência em um duto de seção circular ( $Re_{MR}$ ), este pode ser obtido pela definição proposta por Metzner e Reed (1955), transcrita na Equação 7. No presente estudo, escolheu-se trabalhar com a geometria de um duto de seção circular de diâmetro comercial de ½” (1,27 cm).

$$Re_{MR} = \frac{\rho V_z^{2-n} D^n}{8^{n-1} \eta_0 \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \quad (7)$$

Dessa forma, com os índices de potência dos fluidos e de posse da Equação 6, foram avaliados os Reynolds críticos de cada caso, apresentados na Tabela 1, e, a fim de analisar os escoamentos nas mesmas condições e de se manter um parâmetro de comparação entre os fluidos, definiu-se o Reynolds do escoamento igual a 1000 para todos os casos. Com o diâmetro da tubulação e as propriedades dos fluidos escolhidos, pela Equação 7 viabilizou-se a determinação da velocidade de entrada (que define a vazão volumétrica) a depender do fluido de trabalho. Na Tabela 1 são mostrados tanto os valores de Reynolds crítico ( $Re_C$ ) quanto os de velocidade ( $V_z$ ) e de vazão volumétrica ( $Q$ ) para cada índice de potência ( $n$ ) estudado.

Tabela 1: Valores obtidos de Reynolds crítico ( $Re_C$ ), de velocidade ( $V_z$ ) e de vazão volumétrica ( $Q$ ) para Reynolds ( $Re_{MR}$ ) igual a 1000 para cada índice de potência estudado.

<b>n</b>	<b><math>Re_C</math></b>	<b><math>V_z</math> (m/s)</b>	<b><math>Q</math> (m<sup>3</sup>/s)</b>
<b>0,33</b>	2373	$1,7883 \cdot 10^{-2}$	$2,2654 \cdot 10^{-6}$
<b>0,66</b>	2300	$3,1151 \cdot 10^{-2}$	$3,9461 \cdot 10^{-6}$
<b>1,00</b>	2100	$7,9120 \cdot 10^{-2}$	$1,0023 \cdot 10^{-5}$
<b>1,50</b>	1852	$3,0372 \cdot 10^0$	$3,8474 \cdot 10^{-4}$
<b>3,00</b>	1449	$5,5042 \cdot 10^{-5}$	$6,9726 \cdot 10^{-9}$

Os valores de “ $V_z$ ” e de “ $Q$ ” da Tabela 1 serviram como condições de contorno para as soluções analítica e numérica do problema proposto.

### Solução numérica

Para apresentar contornos de velocidade e gráficos comparativos de velocidade pela posição radial para os diferentes fluidos, foram necessárias diversas simulações numérico-computacionais utilizando o pacote de *software* Ansys Student 2022 R1.

A princípio, foi criada uma geometria de ½” (1,27 cm) de diâmetro e 0,40 m de comprimento, supondo-se que este comprimento seria adequado para se obter um escoamento totalmente desenvolvido, onde os efeitos de entrada no volume de controle não

interfeririam nos perfis de velocidade. Posteriormente, foi realizada uma análise da condição de escoamento plenamente estabelecido utilizando outros comprimentos de tubulação.

Assim, o volume de controle foi criado por meio do *Ansys Space Claim*, cumprindo o papel de domínio computacional para a geração da malha e discretização espacial. Todavia, para uma melhor adaptação da malha sobre a geometria, a mesma foi subdividida em quatro volumes menores no plano circunferencial, como mostrado na Figura 1.

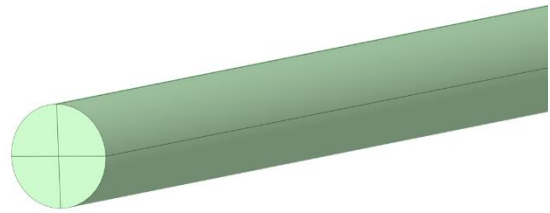


Figura 1: Geometria dividida em quatro partes iguais.

As malhas computacionais foram geradas por meio do *Ansys Meshing*, de forma a ter todos os elementos hexaédricos o mais simétrico possíveis, a fim de evitar qualquer interferência da malha sobre os resultados simulados. Dentro do *software* foi escolhido o método de multi-zonas e posteriormente foram determinadas as quantidades de divisões nas arestas presentes na geometria, alcançando uma malha computacional inicial de aproximadamente  $5 \cdot 10^5$  elementos e com parâmetros de *Orthogonal Quality* e *Skewness* dentro da faixa aceitável de cada um de acordo com *Ansys* (2022): maior que 0,15 e menor que 0,95, respectivamente. A Figura 2 ilustra a malha computacional desenvolvida com maiores detalhes no plano transversal ao escoamento.

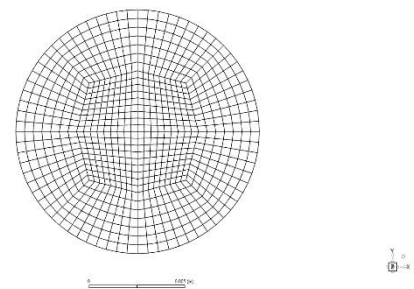


Figura 2: Malha da geometria em vista frontal.

O *software* resolvidor empregado foi o *Ansys Fluent*, no qual foi importada a malha gerada anteriormente e realizada as simulações numéricas no estado estacionário, com o *solver* baseado na pressão, formulação de velocidade absoluta, com atuação da gravidade e, por se tratar de casos em que não existe turbulência, o modelo de viscosidade escolhido foi o próprio laminar.

Os fluidos de cada caso foram criados na aba de materiais do *software*, tendo como base a água a 20°C e alterando apenas as condições de viscosidade para fluidos não-newtonianos *Power Law*, definindo o valor do índice de consistência (K) igual à viscosidade dinâmica da água (0,001003 Pa.s) e os índices de potência (n) iguais aos descritos anteriormente: 0,33; 0,66; 1,00; 1,50 e 3,00.

As condições de contorno foram definidas em função da velocidade de entrada (vide Tabela 1) e da pressão de saída, sendo esta igual à pressão atmosférica. Os métodos de solução mais adequados para o acoplamento pressão-velocidade foram definidos como “SIMPLE” e “*Rhie-Chow: distance based*”, já a discretização espacial foi definida como “*Least square cell based*” para os gradientes, “PRESTO!” para a pressão, e “QUICK” para o momento, todos de acordo com *Ansys* (2022).

Os critérios de convergência para a solução de cada caso variaram em função da ordem de grandeza das velocidades de entrada. Isto porque, para que se encontre uma solução numérica válida, os resíduos entre uma iteração e a seguinte devem ser de uma ordem de grandeza menor do que as velocidades de entrada do sistema. Sendo assim, atendendo a esse requisito, é mostrado na Tabela 2 os valores utilizados como critérios de convergência.

Tabela 2: Valores utilizados como critérios de convergência.

n	Critério de Convergência
0,33	$1,0 \cdot 10^{-5}$
0,66	$1,0 \cdot 10^{-5}$
1,00	$1,0 \cdot 10^{-5}$
1,50	$1,0 \cdot 10^{-5}$
3,00	$1,0 \cdot 10^{-7}$

Com relação ao estabelecimento do escoamento, é necessário que haja um comprimento de entrada mínimo a partir do qual o perfil de velocidade não se altera com o avanço do escoamento, como evidenciou o trabalho de Facuri (2014). Dessa forma, foram realizados testes de comprimento de entrada com malhas de mesmo número de células computacionais ( $5 \cdot 10^5$ ) variando apenas o comprimento da tubulação de 0,40 a 0,80 m, utilizando o fluido de “n” igual a 1,00 e mesmo *setup* de resolução do problema com mesmas condições de contorno. A Figura 3 traz a velocidade num plano longitudinal, em função da posição axial (comprimento da tubulação), para três casos distintos: um tubo de 0,40 m, um segundo tubo de 0,60 m, e um terceiro de 0,80 m.

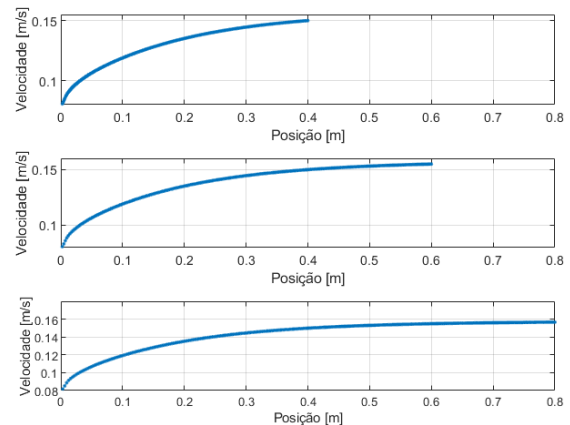


Figura 3: Análise do comprimento de entrada para estabilização do perfil de velocidade.

Pela Figura 3, pode-se notar que a velocidade parou de aumentar e se estabilizou na posição axial de aproximadamente 0,60 m, caracterizando um escoamento plenamente desenvolvido. Todas as respostas foram computadas a partir desta posição até a saída do duto. Considerando a análise das respostas em um plano transversal a 0,70 m da entrada, foi escolhido o comprimento de tubulação de 0,80 m para as simulações.

O comprimento de entrada estimado para o fluido newtoniano (n = 1,00) foi generalizado para os outros fluidos, uma vez que todos os perfis de velocidade simulados seriam comparados e verificados com a solução analítica.



Por fim, para o comprimento de 0,80 m, também foram realizados testes de independência de malha com 25, 50, 100, 150, 200, 300, 400 e 500 mil células para o escoamento do fluido newtoniano na tubulação. Foram acompanhadas duas respostas de interesse: queda de pressão por comprimento linear e velocidade máxima. Comparando-se os resultados obtidos numericamente com os previstos analiticamente, verificou-se que para malhas com 150 mil elementos ou mais, os desvios dessas respostas eram menores que 2% e se mantinham constantes, independentemente do número de células. Logo, a fim de se ter uma maior segurança de aproximação entre os dois métodos empregados utilizando os variados fluidos, optou-se por utilizar a malha de 500 mil células para todas as condições.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse contexto, por meio das simulações computacionais foi possível calcular a variação de pressão absoluta por comprimento linear da tubulação ( $-\Delta P/L$ ), além da velocidade máxima ( $V_{\max}$ ) alcançada pelo fluido em uma linha passando pelo centro da seção circular. A partir das Equações 4 e 5 ainda foi realizado o cálculo dessas mesmas respostas pela via analítica para cada tipo de fluido, se fazendo viável observar a influência do índice de potência sobre tais variáveis e a comparação entre as soluções numéricas e analíticas. As Tabelas 3 e 4 trazem os resultados de  $-\Delta P/L$  e de  $V_{\max}$ , respectivamente.

Tabela 3: Queda de pressão por comprimento linear da tubulação ( $-\Delta P/L$ ) para cada índice de potência (n).

n	$-\Delta P/L$ estimada via solução numérica (Pa/m)	$-\Delta P/L$ estimada via solução analítica (Pa/m)	Desvio (%)
<b>0,33</b>	$8,00 \cdot 10^{-1}$	$8,10 \cdot 10^{-1}$	1,23
<b>0,66</b>	$2,60 \cdot 10^0$	$2,49 \cdot 10^0$	4,59
<b>1,00</b>	$1,59 \cdot 10^1$	$1,57 \cdot 10^1$	1,00
<b>1,50</b>	$2,38 \cdot 10^1$	$2,32 \cdot 10^1$	2,71
<b>3,00</b>	$2,28 \cdot 10^4$	$2,26 \cdot 10^4$	0,94
	<b>Desvio médio:</b>		<b>2,09</b>

Tabela 4: Velocidade máxima ( $V_{\max}$ ) alcançada para cada índice de potência (n).

n	$V_{\max}$ estimada via solução numérica (m/s)	$V_{\max}$ estimada via solução analítica (m/s)	Desvio (%)
<b>0,33</b>	$2,6151 \cdot 10^{-2}$	$2,6757 \cdot 10^{-2}$	2,27
<b>0,66</b>	$5,6072 \cdot 10^{-2}$	$5,5299 \cdot 10^{-2}$	1,38
<b>1,00</b>	$1,5783 \cdot 10^{-1}$	$1,5820 \cdot 10^{-1}$	0,24
<b>1,50</b>	$6,5943 \cdot 10^0$	$6,6818 \cdot 10^0$	1,31
<b>3,00</b>	$1,3589 \cdot 10^{-4}$	$1,3761 \cdot 10^{-4}$	1,25
	<b>Desvio médio:</b>		<b>1,29</b>

Percebe-se pelas Tabelas 3 e 4 que os desvios entre os resultados numéricos e analíticos foram pequenos, apresentando médias de 2,09% e 1,29% para a queda de pressão e a velocidade máxima, respectivamente. Com isso, foi possível a verificação da metodologia aplicada.

Pela Tabela 3, nota-se ainda que a queda de pressão por comprimento linear ( $-\Delta P/L$ ) aumenta de uma forma não linear com o incremento do índice de potência do fluido (n). Por exemplo, comparando-se o fluido newtoniano (n = 1,00) com o mais dilatante do estudo (n = 3,00), a queda de pressão do fluido dilatante é cerca de 1500 (mil e quinhentos) vezes maior do que para o escoamento newtoniano para uma mesma distância percorrida. Ou seja, a queda de pressão no escoamento está diretamente ligada ao parâmetro “n”, sendo necessária uma expressiva maior energia de pressão para transportar fluidos de maior “n”, o que inferirá nos projetos de bombas para esses tipos de fluidos. Essa maior resistência ao escoamento também certamente afetará os perfis de velocidade alcançados de cada fluido, como se verifica nas análises a seguir.

Iniciando-se com o caso do fluido de índice de potência igual a 1,00, tem-se um fluido newtoniano, cujo perfil de velocidade desenvolvido analiticamente é apresentado na Equação 8 e descrito por uma função matemática de 2º grau (parábola). Tal característica também é bastante visível nos resultados obtidos numericamente, como evidenciam o perfil de velocidade simulado e os

contornos de velocidade, mostrados nas Figuras 4 e 5, nesta ordem.

$$V_z = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right) \left( \frac{1}{2} \right) R^2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (8)$$

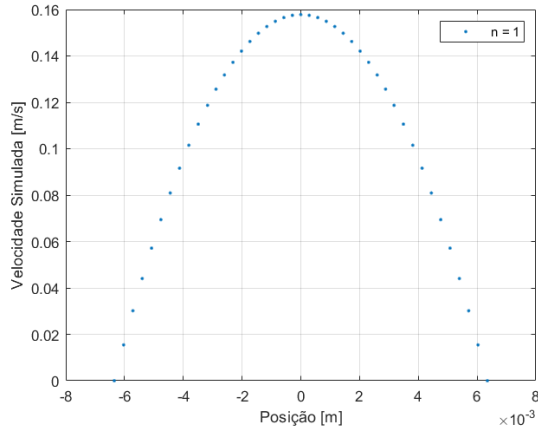


Figura 4: Perfil simulado de velocidade do fluido newtoniano ( $n = 1,00$ ) pela posição radial numa linha passando pelo centro do duto.

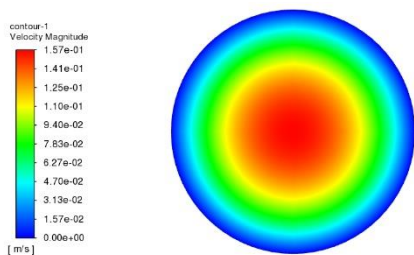


Figura 5: Contornos de velocidade do fluido newtoniano ( $n = 1,00$ ) no plano transversal a 0,70 m da entrada.

Nesse ínterim, por se tratarem todos os casos de escoamentos laminares, permanentes, isotérmicos e unidirecionais, percebe-se que as velocidades máximas encontradas estão localizadas na região central da tubulação cilíndrica (raio igual a zero), e as velocidades nulas (condição de não-deslizamento) sobre as paredes, raio máximo. Tais fatos se tornam claramente visíveis quando plotados tanto os perfis de velocidade quanto os contornos de velocidade calculados numericamente por meio das simulações, que são mostrados no decorrer dessa seção.

Ademais, para o fluido de “n” igual a 1,00, comparando os resultados numéricos com os calculados analiticamente, obteve-se um desvio médio de 0,17% para a velocidade em todas as posições analisadas. Por considerar

várias posições radiais em vez de apenas uma, como foi feito e apresentado na Tabela 4 para a velocidade máxima, era de se esperar um menor desvio, o que mostra coerência dos resultados obtidos.

Para o caso do fluido de índice de potência igual a 0,33, tem-se um fluido pseudoplástico, cujo perfil de velocidade desenvolvido analiticamente é apresentado na Equação 9. Esse perfil é uma função de 4º grau, representado graficamente por uma figura semelhante a uma parábola, entretanto, como pode ser notado na Figura 6, o perfil de velocidade possui uma espécie de platô na posição radial próxima ao centro da tubulação, fazendo com que os valores de velocidade axial ali sejam aproximadamente iguais à velocidade máxima. Tal comportamento também é visível por meio dos contornos de velocidade obtidos numericamente e apresentados na Figura 7.

$$V_z = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^3 \frac{1}{4} R^4 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^4 \right] \quad (9)$$

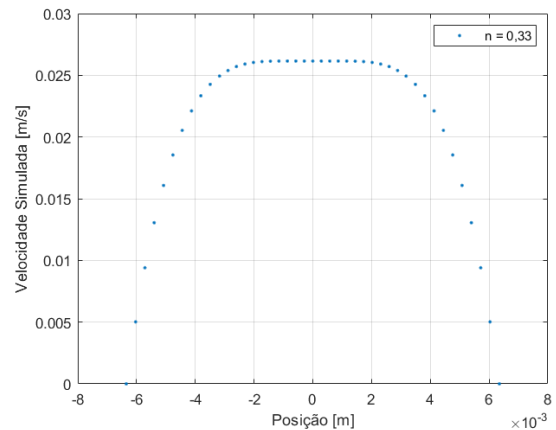


Figura 6: Perfil simulado de velocidade do fluido pseudoplástico de  $n = 0,33$  pela posição radial numa linha passando pelo centro do duto.

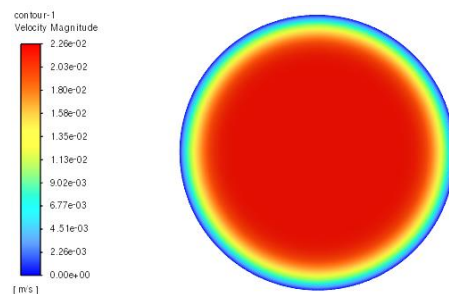


Figura 7: Contornos de velocidade do fluido pseudoplástico de  $n = 0,33$  no plano transversal a 0,70 m da entrada.



Comparando-se as Figuras 5 e 7, percebe-se uma intensa mudança nos contornos de velocidade para as diferentes substâncias, sendo que alterações apenas no índice de potência do fluido geram modificações significativas nos padrões de escoamento obtidos para os fluidos newtoniano e pseudoplástico. Esse contraste ocasionado pela reologia do fluido também pode ser percebido pelos perfis de velocidade expressos nas Figuras 4 e 6, porém, de uma forma menos evidente para um estudante de graduação num primeiro contato com a Mecânica dos Fluidos. A facilidade de entendimento e visualização proporcionada pelos resultados numéricos evidencia a importância deste estudo e também afirma o CFD como uma potente ferramenta pedagógica a favor do ensino nas engenharias.

Além disso, para o fluido pseudoplástico de “n” igual a 0,33, ao comparar-se os resultados pontuais de velocidade estimados numericamente com os analíticos nas mesmas posições, foi obtido um desvio médio de 1,29%. Caracterizando, mais uma vez, um desvio menor do que para a velocidade máxima, sugerindo a boa representatividade da simulação.

Para o caso do fluido de índice de potência igual a 0,66, tem-se um fluido pseudoplástico, cujo perfil de velocidade deduzido via analítica é mostrado na Equação 10.

$$V_z = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{5} \right) R^{\frac{5}{2}} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{5}{2}} \right] \quad (10)$$

Tal como constatado nos dois casos anteriores, o comportamento desse perfil também possui uma representação semelhante a uma parábola, em função da simetria da tubulação cilíndrica, porém com sua parte superior menos achatada do que no caso de  $n = 0,33$ , sendo um perfil intermediário entre esse caso e o de  $n = 1,00$ . Essa característica é perceptível nos gráficos de perfil e de contornos de velocidade obtidos numericamente, como evidenciam as Figuras 8 e 9. Neste caso, ao comparar o resultado numérico com o analítico, obteve-se um desvio médio de 0,93% para o perfil de velocidade.

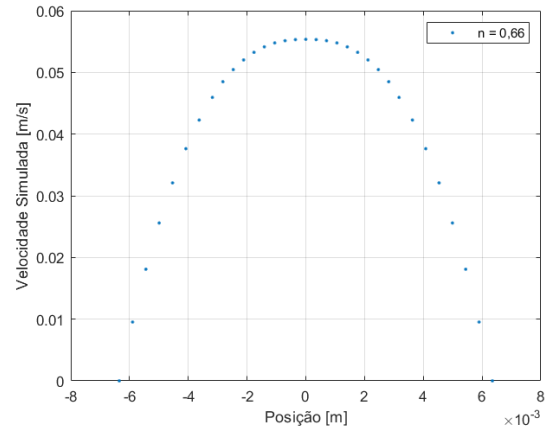


Figura 8: Perfil simulado de velocidade do fluido pseudoplástico de  $n = 0,66$  pela posição radial numa linha passando pelo centro do duto.

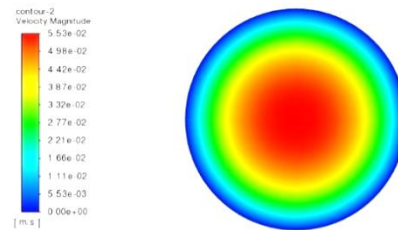


Figura 9: Contornos de velocidade do fluido pseudoplástico de  $n = 0,66$  no plano transversal a 0,70 m da entrada.

Passando para os fluidos dilatantes ( $n > 1,00$ ), para o caso em que o índice de potência assume o valor de 1,50, o perfil analítico de velocidade do fluido no escoamento assume a forma da Equação 11.

$$V_z = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{3}{5} \right) R^{\frac{5}{3}} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{5}{3}} \right] \quad (11)$$

Os resultados numéricos de velocidade por posição radial (Figura 10) apontam um perfil parabólico, mas que se aproxima a uma forma triangular com ápice no centro do duto. Tal característica apresentada pelo escoamento mais viscoso pode ser observada também nos contornos de velocidade mostrados na Figura 11. Além disso, para este caso, foi constatado um desvio médio de somente 0,66% para as velocidades ao se comparar as soluções numéricas e analíticas.

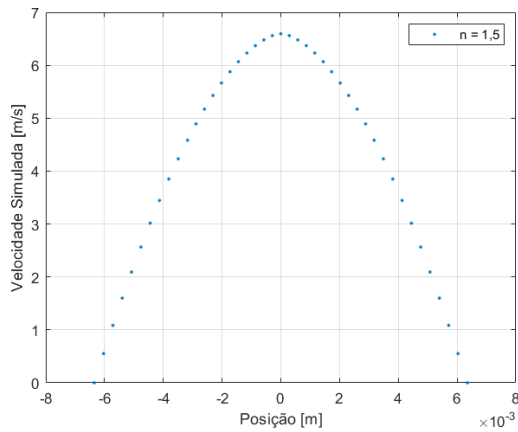


Figura 10: Perfil simulado de velocidade do fluido dilatante de  $n = 1,50$  pela posição radial numa linha passando pelo centro do duto.

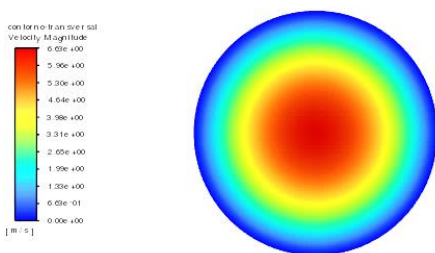


Figura 11: Contornos de velocidade do fluido dilatante de  $n = 1,50$  no plano transversal a  $0,70$  m da entrada.

Outrossim, no caso do fluido de índice de potência igual a  $3,00$ , tem-se um fluido também dilatante, cujo perfil de velocidade é mostrado em sua forma analítica na Equação 12.

$$V_z = \left( \frac{-\Delta P}{2L\eta_0} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{3}{4} \right) R^{\frac{4}{3}} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{4}{3}} \right] \quad (12)$$

Para este caso, o desvio médio das velocidades simuladas em relação à solução analítica foi de  $0,23\%$  e nas Figuras 12 e 13 são mostrados os gráficos de perfil de velocidade simulada e contornos de velocidade para o fluido de  $n = 3,00$ , respectivamente.

Pelas Figuras 12 e 13, percebe-se de uma maneira mais nítida a influência do índice de potência no escoamento. Diferentemente dos fluidos pseudoplásticos, a parcela do fluido dilatante que escoar na região central do duto (próximo à posição radial zero) experiencia mudanças bruscas em sua velocidade para pequenos incrementos na posição radial que, de acordo com os perfis dos casos anteriores, se intensificam com o incremento de “ $n$ ”. Isso

pode ser verificado tanto nas figuras anteriores quanto na Figura 14, que traz um compilado dos resultados numéricos adimensionalizados dos perfis velocidade para a comparação de todos os casos simulados.

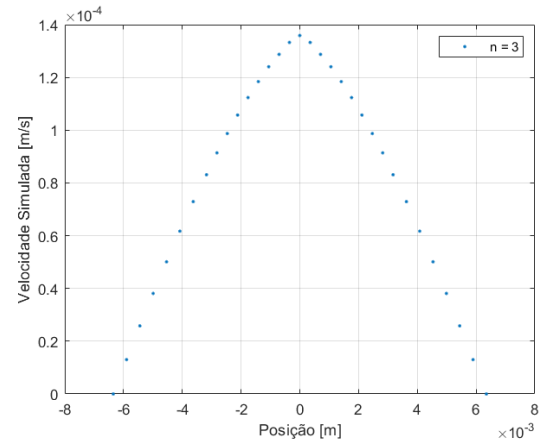


Figura 12: Perfil simulado de velocidade do fluido dilatante de  $n = 3,00$  pela posição radial numa linha passando pelo centro do duto.

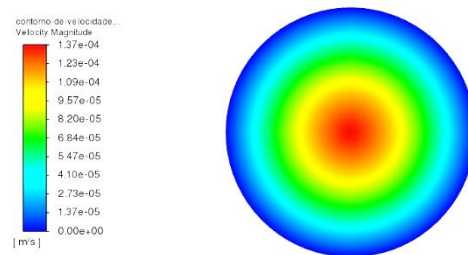


Figura 13: Contornos de velocidade do fluido dilatante de  $n = 3,00$  no plano transversal a  $0,70$  m da entrada.

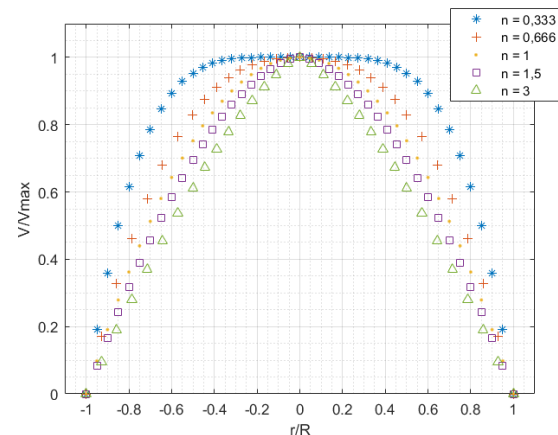


Figura 14: Perfis simulados e adimensionalizados de velocidade ( $V/V_{\max}$ ) pela posição radial ( $r/R$ ) para todos os fluidos analisados.

Pela Figura 14, é possível comparar o comportamento dos fluidos com base nos valores adimensionais presentes nos eixos horizontais e verticais do esquema. No eixo X tem-se a posição radial dividida pelo raio máximo da tubulação ( $r/R_{\max}$ ). Já no eixo Y, é representada a velocidade no ponto observado dividida pela velocidade máxima do perfil transversal ( $V/V_{\max}$ ).

A partir disso, constata-se a relação intrínseca entre o índice de potência ( $n$ ) e a natureza do escoamento, exposta nos perfis de velocidade da Figura 14. Fluidos pseudoplásticos ( $n < 1,00$ ), cuja viscosidade diminui à medida que a tensão sobre ele é aumentada, possuem uma maior região de velocidade máxima. Portanto, conforme esperado, quanto mais o fluido se deforma, menos viscoso ele se torna e maior a parcela de fluido que alcança a velocidade máxima. Quanto menor o valor assumido por “ $n$ ”, maior será essa região, até que “ $n$ ” assuma um valor tão pequeno, próximo de zero, que todo o fluido escoando numa mesma seção transversal atinge a mesma velocidade.

De maneira oposta, fluidos dilatantes ( $n > 1,00$ ), cuja viscosidade aumenta à medida que a tensão sobre ele é intensificada, possuem uma menor região de velocidade máxima. Logo, quanto mais o fluido se deforma, mais viscoso ele se torna e menor a parcela de fluido que alcança a velocidade máxima até que, com “ $n$ ” tendendo ao infinito, apenas o ponto central da tubulação atinge a velocidade máxima.

## CONCLUSÃO

Por meio da comparação entre os resultados obtidos numericamente utilizando o CFD e os obtidos analiticamente, juntamente com a interpretação dos gráficos e contornos de velocidade, foi possível observar a influência do índice de potência sobre os escoamentos laminares axiais descendentes de fluidos lei de potência em um duto cilíndrico, com coerência e pequenos desvios (no máximo 4,59%) entre os métodos numéricos e analíticos.

Observou-se que a queda de pressão por comprimento linear da tubulação aumenta de forma não-linear com o incremento do índice de potência, sendo que triplicando o valor desse parâmetro foi ampliada em 1500 vezes a queda

de pressão no sistema, ou seja, quanto maior “ $n$ ”, maior a restrição ao escoamento.

Com relação às velocidades, constatou-se que o índice de potência também influencia fortemente os perfis de velocidade e, em consonância com os resultados de queda de pressão, quanto maior o valor de “ $n$ ”, mais viscoso é o escoamento e menor a região de velocidade máxima alcançada pelo fluido.

Sendo assim, foi igualmente possível diferenciar visualmente os escoamentos de fluidos pseudoplásticos, newtonianos e dilatantes, a partir de seus respectivos contornos de velocidade transversal simulados. Dessa forma, com os resultados apresentados, acredita-se ter contribuído com o material base das disciplinas de Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Fluidos, auxiliando na formação de qualidade de futuros profissionais da engenharia.

## NOMENCLATURA

D	Diâmetro total da tubulação (m)
$d\gamma/dt$	Taxa de deformação ( $s^{-1}$ )
$n$	Índice de potência (-)
Q	Vazão volumétrica ( $m^3/s$ )
R	Raio da tubulação (m)
$r$	Posição radial (m)
$Re_C$	Reynolds crítico (-)
$Re_{MR}$	Reynolds do escoamento (-)
$V_{\max}$	Velocidade máxima alcançada pelo fluido (m/s)
$V_z$	Velocidade axial em uma dada posição radial (m/s)
$-\Delta P/L$	Queda de pressão por unidade de comprimento linear (Pa/m)
$\eta_0$	Viscosidade aparente (Pa.s)
$\rho$	Massa específica ( $kg/m^3$ )
$\tau$	Tensão viscosa (Pa)

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal de Uberlândia (UFU), à Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC), à Faculdade de Engenharia Química (FEQUI) e à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PROPP) que, por meio da Diretoria de Pesquisa (DIRPE), possibilitaram os registros das Iniciações Científicas Voluntárias (PIVIC) dos discentes autores deste artigo.

## REFERÊNCIAS

- ANSYS, Inc. (2022), Ansys Fluent User's Guide Release 2022 R1. Southpointe, 2600 Ansys Drive. Canonsburg, PA 15317.
- BENNETT, C. O.; MYERS, J. E. (1978), Fenômenos de Transporte: Quantidade de Movimento, Calor e Massa, São Paulo: McGraw-Hill.
- BIRD, R. B; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. (2004), Fenômenos de Transporte, Rio de Janeiro: LTC.
- CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. (1999), Non-Newtonian Flow in the Process Industries: Fundamentals and Engineering Applications, Oxford: Butterworth-Heinemann.  
<https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-3770-1.X5000-3>
- FACURI, R. M. (2014), Estudo do escoamento laminar sólido-líquido em anular excêntrico empregando a técnica de dinâmica de fluidos computacional. PPGEN/UFES – São Mateus – ES, 219 f. (Dissertação de Mestrado).
- FAGUNDES, F. M. (2018), Estudo da sedimentação de partículas em fluidos de perfuração pelo uso da técnica de atenuação de raios gama. PPGEQ/UFU – Uberlândia – MG, 159 f. (Tese de Doutorado). <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.28>
- FARAONI, A. S.; RAMOS, A. M.; GUEDES, D. B.; PINTO, M. R. M. R. (2013), Propriedades reológicas de sucos mistos de manga, goiaba e acerola adicionados de fitoquímicos, Brazilian Journal of Food Technology, v. 16, n. 1, p. 21-28. <http://dx.doi.org/10.1590/S1981-67232013005000002>
- FOX, R. W.; Mc DONALD, A. T. (2001), Introdução à Mecânica dos Fluidos, 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC.
- GALINDO, M. S. V. (2013), Desenvolvimento de uma Metodologia para Determinação da Viscosidade de Solos. PPGEC/PUC-Rio – Rio de Janeiro – RJ, 122 f. (Dissertação de Mestrado). <https://doi.org/10.17771/PUCRio.acad.22977>
- MALISKA, C. R. (2004), Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, 2ª ed., Rio de Janeiro: LTC.
- MASSARANI, G. (1999), Fluidos não-newtonianos e sistemas particulados, Anais do XXVII ENEMP 1999 - Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados, Campos do Jordão – SP.
- METZNER, A. B.; REED, J. C. (1955), Flow of non-newtonian fluids – correlation of the laminar, transition, and turbulent-flow regions, AIChE Journal, v. 1, n. 4, p. 434-440. <https://doi.org/10.1002/aic.690010409>
- MOTHÉ, M. G. (2009), Estudo do comportamento de ligantes asfálticos por reologia e análise térmica. EPQB/UFRJ – Rio de Janeiro – RJ, 204 p. (Dissertação de Mestrado).
- PATANKAR, S. V. (1980), Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, Taylor & Francis Group, Nova York.
- RYAN, N. W.; JOHNSON, M. M. (1959), Transition from laminar to turbulent flow in pipes, AIChE Journal, v. 5, n. 4, p. 433-435. <https://doi.org/10.1002/aic.690050407>